تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

الكيمياء

الجزء الأول: دراسة حلمأة إستر

I) المجموعة المميزة:

1. مجموعة إستر : $-COOR$

2. صيغة الحمض هي: $CH_3-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}=O$ و صيغة الكحول هي: $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_2-OH$

II) دراسة حلمأة المركب (A).

1. تفاعل المعايرة

1.1) معادلة تفاعل المعايرة:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

2.1) تعبير ثابتة التوازن بدلالة ثابتة الحمضية K_A و K_e:

$$K = \frac{K_A(CH_3COOH/CH_3COO^-)}{K_A(H_2O/HO^-)} \Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e}$$

$$K = \frac{1{,}8.10^{-5}}{10^{-14}} = 1{,}8.10^9$$

3.1) * كمية الحمض الموجودة في الكأس عند اللحظة t هي: $n = C_B V_{B,E}$

* كمية الحمض الموجودة في الحوجلة عند اللحظة t هي: $n_T = 10.C_B.V_{B,E}$

2) تفاعل الحلمأة :

1.2) مميزات التفاعل: بطيء و غير كلي (محدود).

2.2) كميتي المادة قبل بداية التفاعل:

$$n(A)_i = \frac{m_i}{2M(A)} = \frac{\rho V_i(A)}{2M(A)} = \frac{0{,}87\times 30}{2\times 130} = 0{,}1\ mo\ell$$

و

$$n(H_2O)_i = \frac{m_i}{2M(H_2O)} = \frac{\rho_e V_i(H_2O)}{2M(H_2O)} = \frac{1\times 70}{2\times 18} = 1{,}94\ mo\ell$$

2.3) استنتاج نسبة التقدم النهائي عند التوازن :

معادلة التفاعل	$A \quad + \quad H_2O \quad \rightarrow \quad CH_3COOH \quad + \quad alcool$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة $(mo\ell)$			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	1,94	0,10
حالة التوازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$1{,}94-x_{éq}$	$0{,}10-x_{éq}$

* مبيانيا عند التوازن: $x_{éq} = 0{,}084\ mo\ell$ * التقدم الأقصى: $x_{\max} = n(A)_i = 0{,}1\ mo\ell$

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_m} = \frac{0{,}084}{0{,}1} = 0{,}84 = 84\ \%$$

4.2) السرعة الحجمية للتفاعل:

$$v(0) = \frac{1}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} \Rightarrow v(0) = \frac{1}{V}\left(\frac{\Delta n_T}{\Delta t}\right)_{t=0}$$

$$= \frac{1}{0{,}05}\,\frac{0{,}08-0}{20-0} = 0{,}08\ mo\ell.L^{-1}.\min^{-1}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

5.2) * تتناقص السرعة الحجمية خلال الزمن (تناقص المعاملات الموجهة: $\frac{\Delta n_T}{\Delta t}$) إلى أن تؤول إلى الصفر.

* العامل الحركي هو تركيز المتفاعلات.

الجزء الثاني: تصنيع إستر

1) يستعمل جهاز التسخين بالارتداد لتسريع التفاعل، ولتكثيف الأنواع الكيميائية والحيلولة دون ضياعها.

2) معادلة التفاعل خلال التصنيع الثاني:

$$C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-O-\underset{\underset{O}{//}}{C}-C_3H_7 \;+\; C_3H_7-OH \;\rightarrow\; C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-O-C_3H_7 \;+\; C_3H_7-\underset{\underset{O}{//}}{C}-OH$$

3) * التفاعل (2) كلي: $n_i = x_{éq2} \Rightarrow r_2 = \frac{x_{éq2}}{n_i} = 1$ ، مع $n_i = x_{éq_2} = 0{,}15\ mo\ell$ حسب المنحنى(2).

* التفاعل (1) محدود: $r_1 = \frac{x_{éq1}}{x_{éq2}} = \frac{0{,}13}{0{,}15} = 0{,}86 \Rightarrow r_1 = \frac{x_{éq1}}{n_i}$ ، لأن حسب المنحنى(1): $x_{éq_1} = 0{,}13\ mo\ell$

الفيزياء

فيزياء 1: تأريخ الترسيبات البحرية

1) يعطي الأورانيوم $^{238}_{92}U$ المذاب في ماء البحر ذرات الثوريوم $^{230}_{90}Th$ مع انبعاث دقائق:

1.1- معادلة التحول النووي:

$$^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{230}_{90}Th + x\ ^{4}_{2}He + y\ ^{0}_{-1}e$$

حسب قانوني صودي:

$$\begin{cases} 238 = 230 + 4.x + 0\times y \\ 92 = 90 + 2.x + (-1).y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\underline{^{238}_{92}U \rightarrow\ ^{230}_{90}Th + 2.\ ^{4}_{2}He + 2.\ ^{0}_{-1}e}$$

1.2- نبين أن النسبة $\frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)}$ تكون ثابتة عندما يتحقق $a_{^{238}_{92}U}(t) = a_{^{230}_{90}Th}(t)$:

نعلم عند اللحظة t أن: $a_{^{230}_{90}Th}(t) = \lambda.N_{^{230}_{90}Th}(t)$ و $a_{^{238}_{92}U}(t) = \lambda'.N_{^{238}_{92}U}(t)$ ، ومنه:

$$1 = \frac{a_{^{230}_{90}Th}(t)}{a_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda.N_{^{230}_{90}Th}(t)}{\lambda'.N_{^{238}_{92}U}(t)} \Rightarrow \frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda'}{\lambda} \Rightarrow \underline{\frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)} = \frac{\lambda'}{\lambda} = Cte}$$

2- معادلة تفتت نواة الثوريوم $^{230}_{90}Th$ إلى الراديوم $^{226}_{88}Ra$:

÷ نطبق قانوني صودي فنجد: $\underline{^{230}_{90}Th \rightarrow\ ^{226}_{88}Ra + \ ^{4}_{2}He}$

* طبيعة الإشعاع : انبعاث <u>نوى الهيليوم</u> $\underline{\alpha}$

3- التحقق من القيمة $t_{1/2} = 7{,}5.10^4\ ans$:

نعلم أن عند $t = t_{1/2}$ ، يصبح : $N_{^{230}_{90}Th}(t) = \frac{N_0}{2}$ أي $\frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_0} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ ،

ومن خلال المنحنى نجد: $t_{1/2} = 75.10^3\ ans = \underline{7{,}5.10^4\ ans}$

4- إيجاد بالسّنة عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلى للعينة:

نطبق علاقة التناقص الإشعاعي الخاص بالكتلة: $m(t) = m_0.e^{-\lambda.t}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

أي : $m_p = m_s.e^{-\lambda.t}$ ، ومنه:
$$t = t_{1/2}.\frac{\ell n(\frac{m_s}{m_p})}{\ell n2} = 7{,}5.10^4 \times \frac{\ell n(\frac{20}{1{,}2})}{\ell n2} = \underline{3.10^5\ ans}$$

فيزياء 2: دراسة النظام الانتقالي في وشيعة وفي مكثف

1) دراسة النظام الانتقالي في وشيعة:

1.1- أ – المقدار $\frac{di}{dt}$ يعبر عن المعامل الموجه لمنحنى الدالة $i = f(t)$ عند اللحظة t ، الذي يتناقص مع الزمن، وبالتالي كذلك تناقص المقدار $L.\frac{di}{dt}$.

ب – * عند اللحظة $t = 0$: $u(0) = (R+r).i(0) + L.\frac{di}{dt}(0)$ ، مع : $u(0) = E$ و $i(0) = 0$ ، نجد : $\frac{di}{dt}(0) = \underline{\frac{E}{L}}$

* قيمة L : من العلاقة السابقة: $\frac{di}{dt}(0) = \frac{E}{L} = a$ ، نستنتج: $L = \frac{E}{a} = \frac{6}{100} = \underline{0{,}06\,H}$

ج – بالنسبة للمجال الزمني $t > 5\ ms$ (النظام الدائم) ، فإن $\underline{\frac{di}{dt} = 0}$ ، وبالتالي:

$$u(t > 5ms) = (r+R).i(t > 5ms) + L.\underbrace{\frac{di}{dt}(t > 5ms)}_{=0} \Rightarrow E = (R+r).i_{max}$$

ومنه: $r = \frac{E}{i_{max}} - R = \frac{6}{0{,}1} - 50 = \underline{10\ \Omega}$ (مبيانيا شدة التيار القصوى هي $i_{max} = 100\,mA = 0{,}1\ A$)

1.2- أ – تعيين المنحنى الموافق لكل حالة:

- احتفظنا في الحالة الأولى وفي الحالة الثانية بنفس المقاومتين $r = 10\Omega$ و $R = 50\Omega$ ، إذا : $i_{max} = 100\,mA = 0{,}1\ A$ ويوافق هذا المنحى (ب) والمنحنى (ج).

- حسب نتيجة السؤال 1.1- ب - $\frac{di}{dt}(0) = a = \frac{E}{L}$ ، نجد $a_1 = \frac{E}{L_1} = \frac{6}{0{,}06} = 100\ A.s^{-1} > a_2 = \frac{E}{L_2} = \frac{6}{0{,}12} = 50\ A.s^{-1}$

فنستنتج أن المنحنى(ب) يوافق الحالة الأولى والمنحنى(ج) يوافق الحالة الثانية.

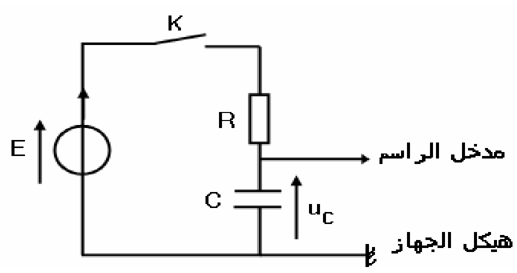
ب - * تعبير المقاومة R_2' :

حسب المعطيات فإن ثابتة الزمن هي نفسها في الحالتين الثانية والثالثة أي : $\tau = \frac{L_2}{R_2'+r} = \frac{L_3}{R_3+r}$

ومنه : $\frac{R_2'+r}{R_3+r} = \frac{L_2}{L_3}$ ، أي:
$$R_2' = \frac{L_2}{L_3}(R_3+r) - r$$
$$= \frac{0{,}12}{0{,}04}(30+10) - 10 = \underline{110\ \Omega}$$

2) دراسة النظام الانتقالي في مكثف:

2.1- رسم تبيانة التركيب:



تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

2.2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C:

- حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_c = E \ (*)$

- حسب قانون أوم $u_R = R.i$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_c$ نكتب: $u_R = R.\frac{dq}{dt} = RC.\frac{du_c}{dt}$

فنحصل على المعادلة التفاضلية: $\underline{RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = E}$

3.2- أيجاد تعبير كل من A و B و τ بدلالة برامترات الدارة:

يكتب حل المعادلة السابقة: $u_C(t) = A e^{-t/\tau} + B$ وتكون المشتقة هي $\frac{du_C}{dt} = -\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}$

* تحديد B و τ بالتعويض:

حسب المعادلة التفاضلية: $RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = E \quad \Rightarrow \quad RC.(-\frac{A}{\tau}.e^{-t/\tau}) + A e^{-t/\tau} + B = E$

أي: $A e^{-t/\tau}\left[1 - \frac{RC}{\tau}.\right] + (B - E) = 0$ ، وهي معادلة تتحقق مهما تكن قيمة t، ومنه:

$B - E = 0$ و $1 - \frac{RC}{\tau} = 0$ ، أي: $\underline{B = E}$ و $\underline{\tau = RC}$

فيكتب حل المعادلة جزيئيا : $u_C(t) = A e^{-t/RC} + E$

* تحديد الثابتة A باستعمال الشروط البدئية: عند اللحظة $t = 0$: $u_C(0) = 0 \ (1)$

حسب الحل الجزئي : $u_C(0) = A e^{-0/RC} + E = A + E \ (2)$

ومن العلاقتين(1) و(2) نستنتج أن $\underline{A = -E}$

فيكون الحل النهائي هو : $\underline{u_C(t) = E\left[1 - e^{-t/RC}\right]}$

2.4- استنتاج التعبير الحرفي لشدة التيار بدلالة الزمن أثناء النظام الانتقالي:

$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d}{dt}\left[E(1 - e^{-t/RC})\right]$ ، ومنه: $i(t) = -C \times \frac{-E}{RC} \times e^{-t/RC}$

أي: $\underline{i(t) = \frac{E}{R} \times e^{-t/RC}}$

2.5- حساب شدة التيار عند اللحظة $t = 0$: $i(0) = \frac{E}{R} \times e^{-0/RC} = \frac{E}{R} = \frac{6}{50} = \underline{0{,}12 \ A}$

3) دراسة تبادل الطاقة بين المكثف والوشيعة:

1.3- تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف:

تكتب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف على الشكل: $E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

لدينا $i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ ، ونضع $q(t) = q_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$ مع $q_m = C.U_0 = q(0)$

لنحدد المقدارين φ و I_m: انطلاقا من العلاقة $i(t) = \frac{dq}{dt}$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}.q_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t) = \frac{2\pi}{T_0}.q_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}) \quad (1) \quad \text{و} \quad i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi) \quad (2)$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

من خلال (1) و(2)، نستنتج أن: $I_m = \frac{2\pi}{T_0}.q_m$ و $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ، وبالتالي: $q(t) = I_m.\frac{T_0}{2\pi}.\cos(\frac{2\pi}{T_0}t)$

$$E_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C}(I_m\frac{T_0}{2\pi}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t))^2 = \frac{1}{2C}I_m^{\ 2}(\frac{T_0}{2\pi})^2\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)$$

$$= \frac{1}{2C}I_m^{\ 2}(LC)\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t) \qquad = \underline{\frac{1}{2}L.I_m^{\ 2}\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t)}$$

2.3- * انحفاظ الطاقة الكلية للدارة (LC): $E_t = E_e + E_m = E_e + \frac{1}{2}L.i^2$ مع $i(t) = I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}) = -I_m\sin(\frac{2\pi}{T_0}t)$

$$E_t = \frac{1}{2}L.I_m^{\ 2}\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t) + \frac{1}{2}L.I_m^{\ 2}\sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t) = \frac{1}{2}L.I_m^{\ 2}\left[\cos^2(\frac{2\pi}{T_0}t) + \sin^2(\frac{2\pi}{T_0}t)\right]$$

$$\Rightarrow E_t = \underline{\frac{1}{2}L.I_m^{\ 2} = Cte}$$

* قيمة الطاقة الكلية: $E_t = \frac{1}{2}L.I_m^{\ 2} = \frac{1}{2}C.U_0^{\ 2} = \frac{1}{2}\times 20.10^{-6}\times 6^2 = \underline{3,6.10^{-4}\ J}$

فيزياء 3:

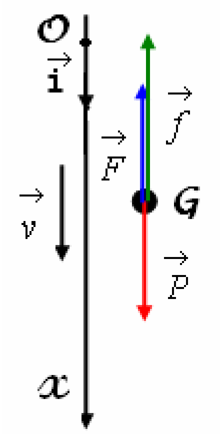
الجزء الأول: السقوط الرأسي لجسم صلب

1- دراسة حركة الكرية (a):

1.1- * إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v(t)$:

- المجموعة المدروسة : { الكرية (a) }
- تخضع المجموعة إلى التأثيرات التالية:

وزنها $\vec{P}$ - تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ - تأثير قوة الاحتكاك $\vec{f}$



- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$
- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{i})$ الموجه نحو الأسفل:

$mg - \rho_0 gV - 6\pi.\eta.r\,v = m.\frac{dv}{dt}$ مع $m = \rho.V$ و $V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$

إذا: $\rho.g.V - \rho_0.g.V - 6\pi.\eta.r.v = \rho.V.\frac{dv}{dt}$ ، أو: $\frac{\rho gV - \rho_0 gV}{\rho V} - \frac{6\pi\eta r}{\rho.V}v = \frac{dv}{dt}$

يكافئ: $\frac{\rho - \rho_0}{\rho}.g - \frac{6\pi\eta r}{\rho(4/3)\pi.r^3}v = \frac{dv}{dt}$ ويكافئ أيضا : $\frac{\rho - \rho_0}{\rho}.g - \frac{9.\eta.r}{2.\rho.r^2}v = \frac{dv}{dt}$

أو: $\frac{dv}{dt} + \frac{9.\eta}{2.\rho.r^2}v = (1 - \frac{\rho_0}{\rho}).g$ ، نضع $\underline{\tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta}}$ و $\underline{C = (1 - \frac{\rho_0}{\rho}).g}$ ،

فتكتب المعادلة التفاضلية على الشكل التالي: $\underline{\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = C}$

* حساب الثابتتين τ و C:

$$C = (1 - \frac{\rho_0}{\rho}).g = (1 - \frac{970}{2600})\times 9,81 = \underline{6,15\ m.s^{-2}} \quad \text{و} \quad \tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta} = \frac{2\times 2600\times(0,25.10^{-2})^2}{9\times 8.10^{-2}} = \underline{4,51.10^{-2}\ s}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

1.2- حساب قيمة السرعة الحدية v_ℓ:

* السرعة الحدية هي السرعة التي تمتلكها الكرية عندما تصل النظام الدائم أي عندما تصبح $(\frac{dv}{dt})_\infty = 0$

* تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $(\frac{dv}{dt})_\infty + \frac{1}{\tau}v_\ell = C$ ، أو : $\frac{1}{\tau}v_\ell = C$ ، ومنه:

$$v_\ell = C.\tau = 6,15\times 4,51.10^{-2} = \underline{0,277\,m.s^{-1}}$$

2- دراسة مقارنة لحركتي الكريتين (a) و (b):

1.2- الكرية التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية هي التي توافق المقدار الأكبر τ :

* حسب نتيجة السؤال 1.1- : $\tau = \frac{2.\rho.r^2}{9.\eta}$ و $\tau' = \frac{2.\rho.r'^2}{9.\eta} = \frac{2.\rho.(2.r)^2}{9.\eta} = 4.\frac{2.\rho.r^2}{9.\eta} = \underline{4.\tau > \tau}$

* نستنتج أن الكرية (b) هي التي تستغرق مدة أطول.

2.2- حساب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكريتين إلى قعر الأنبوب:

* كل كرية تقطع نفس المسافة H ، خلال مرحلتين: مرحلة النظام الانتقالي ومرحلة النظام الدائم.

* بالنسبة للكرية (b) ، تقطع المرحلة الأولى خلال المدة $5.\tau'$ ، وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v'_ℓ خلال المدة $\frac{H-d_2}{v'_\ell}$

فتكون المدة خلال المرحلتين هي : $5.\tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell} = 5.(4\times 4,51.10^{-2}) + \frac{1-0,8}{4\times 0,277} = 1,08\,s$.

* بنفس الطريقة نجد المدة التي تستغرقها الكرية (a) خلال المرحلتين: $5.\tau + \frac{H-d_1}{v_\ell} = 5.(4,51.10^{-2}) + \frac{1-0,05}{0,277} = 3,65\,s$

* تكون المدة الفاصلة هي: $\Delta t = \left[5.\tau + \frac{H-d_1}{v_\ell}\right] - \left[5.\tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell}\right]$

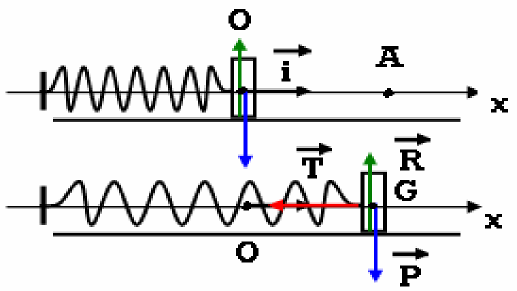
* تطبيق عددي: $\Delta t = 3,65 - 1,08 = \underline{2,57\ s}$

الجزء الثاني: تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد

1- المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G:

- المجموعة المدروسة: {الجسم الصلب}

- جرد القوى المطبقة على هذه المجموعة:



وزنها $\vec{P}$ و تأثير قوة الارتداد $\vec{T}$ وتأثير السطح الأفقي $\vec{R}$

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم $\Re(O,\vec{i})$ نعتبره غاليليا:

$\sum\vec{F} = m\vec{a}_G$ ، إذا: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

بإسقاط العلاقة المتجهية على المحور الأفقي Ox: $P_x + T_x + R_x = ma_x \Rightarrow 0 - k.x + 0 = m.\ddot{x}$

نحصل على المعادلة التفاضلية: $m.\ddot{x} + k.x = 0$ أو $\underline{\ddot{x} + \frac{k}{m}.x = 0}$

2- التغيير الحرفي للدور الخاص:

لدينا : $x(t) = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ ومنه $\frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}x_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

وبالتالي $\frac{d^2x}{dt^2}=-(\frac{2\pi}{T_0})^2 x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ أي : $\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{2\pi}{T_0})^2\underbrace{x_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)}_{=x}=0$

أو: $\frac{d^2x}{dt^2}+(\frac{2\pi}{T_0})^2x=0$ و بالمقارنة مع المعادلة التفاضلية $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$ ، نستنتج أن: $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{k}{m}$

ومنه نستنتج أن: $\underline{T_0=2\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}}$.

3- تعيين المنحنى الموافق للحالة الأولى:

في الحالة الأولى، عند أصل التواريخ $t=0$ ، نحرر الجسم بدون سرعة بدئية أي: $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0}=0$ ، ويوافق المنحنى(ب).

4- نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية، حيث الوسع هو x_{m2} والطور هو φ_2 .

4.1- من المبيان(أ)، نجد: * $\underline{x_{m2}=4\ cm}$ و $\underline{d=3\ cm}$

4.2- تطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية لإثبات العلاقة: $x_{m2}=\sqrt{\frac{m.v_A^2}{k}+d^2}$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة A :

$$E_{mA}=E_{cA}+E_{ppA}+E_{peA}$$
$$=\frac{1}{2}mv_A^2+E_{ppA}+\frac{1}{2}k.d^2+cte$$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة B أفصولها $-x_{m2}=-4\ cm$:

$$E_{mB}=E_{cB}+E_{ppB}+E_{peB}$$
$$=\frac{1}{2}mv_B^2+E_{ppB}+\frac{1}{2}k.x_{m2}^2+cte$$

ولدينا: $E_{ppA}=E_{ppB}$ و $v_B=0$

$$E_{mB}=E_{mA}\Rightarrow 0+E_{ppB}+\frac{1}{2}k.x_{m2}^2+cte=\frac{1}{2}mv_A^2+E_{ppA}+\frac{1}{2}k.d^2+cte$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}k.x_{m2}^2=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}k.d^2$$
$$\Rightarrow x_{m2}^2=\frac{m}{k}v_A^2+d^2$$
$$\Rightarrow x_{m2}=\sqrt{\frac{m}{k}v_A^2+d^2}$$

4.3- تعبير $\tan(\varphi_2)$ بدلالة d و x_{m2} :

* نعلم أن: $x_2(t)=x_{m2}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_2)$ ، ومنه: $x_2(0)=x_{m2}\cos(\varphi_2)=d \Leftarrow \cos(\varphi_2)=\frac{d}{x_{m2}}$ (1)

* ولدينا: $\dot{x}(t)=\frac{dx_2}{dt}=-\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi_2)$ ومنه: $\dot{x}(0)=v_A=-\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}\sin(\varphi_2) \Leftarrow \sin(\varphi_2)=\frac{-v_A}{\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}}$ (2)

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \tan(\varphi_2) = \frac{\sin(\varphi_2)}{\cos(\varphi_2)} = \frac{\dfrac{-v_A}{\dfrac{2\pi}{T_0}x_{m2}}}{\dfrac{d}{x_{m2}}} = \frac{-v_A}{d.\dfrac{2\pi}{T_0}} = \frac{-v_A}{d.\sqrt{\dfrac{k}{m}}}$$

حسب نتيجة السؤال 4.2- $v_A = -\dfrac{\sqrt{x_{m2}^2 - d^2}}{\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$ ، ومنه نستنتج العلاقة: $\tan(\varphi_2) = \dfrac{\sqrt{x_{m2}^2 - d^2}}{d}$