تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

الكيمياء

الجزء الأول: التعرف على محلولين حمضيين – تصنيع إستر

1.1) معادلة تفاعل كل حمض مع الماء:

- تفاعل الحمض الكربوكسيلي $RCOOH_{(aq)}$: $RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows RCOO^-{}_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

- تفاعل حمض بيركلوريك $HC\ell O_{4(aq)}$: $HC\ell O_{4(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow C\ell O_4^-{}_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2.1) معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض:

- بالنسبة لحمض الكربوكسيلي $RCOOH_{(aq)}$: $RCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow RCOO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

- بالنسبة لحمض بيركلوريك $HC\ell O_{4(aq)}$: $HC\ell O_{4(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow C\ell O_4^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

3.1) تحديد pH الخليط عند التكافؤ بالنسبة لكل منحنى:

- الطريقة المستعملة: نخط مستقيما (Δ) يوازي المماسين لكل منحنى، يوجد بينهما وعلى نفس المسافة، فيقطع هذا المستقيم المنحنى عند نقطة التكافؤ E.

- بالنسبة للمنحنى (A): نجد $pH_{EA}=7$ و بالنسبة للمنحنى (B): نجد $pH_{EB}=8,5$

- بما أن $pH_{EB}>7$ ، فإن المنحنى (B) هو الموافق لمعايرة المحلول (S_1).

4.1) تحديد تركيز كل من المحلولين:

- عند نقطة التكافؤ نطبق : $C_a.V_a = C_b.V_{bE} \Rightarrow C_a = \dfrac{C_b.V_{bE}}{V_a}$

- ت.ع : $C_{a;A} = \dfrac{0,1\times 10}{10} = \underline{0,1\ mo\ell.L^{-1}}$ و $C_{a;B} = \dfrac{0,1\times 16}{10} = \underline{0,16\ mo\ell.L^{-1}}$

5.1) تحديد قيمة الثابتة pK_A للمزدوجة $RCOOH_{(aq)}/RCOO^-{}_{(aq)}$ ، اعتمادا على جدول تقدم تفاعل $RCOOH_{(aq)}$ مع الماء:

معادلة التفاعل	$RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows RCOO^-{}_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	وفير	$C.V$
حالة التوازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير	$C.V-x_{éq}$
عند تحول كلي	$x=x_m$	x_m	x_m	وفير	$C.V-x_m$

- حسب المنحنى (B)، عند $V_b=0\ mL$ ، فإن pH المحلول (S_1) هو: $pH=2,5$

- تعبير ثابتة الحمضية K_A :

- $n_{éq}(H_3O^+) = n_{éq}(C_3H_5O_3^-) \Rightarrow [H_3O^+]_{éq} = [C_3H_5O_3^-]_{éq} = \underline{10^{-pH}}$

- $n_{éq}(RCOOH) = C.V - x_{éq} \Rightarrow [RCOOH]_{éq} = \dfrac{C.V - x_{éq}}{V} \Rightarrow [RCOOH]_{éq} = C - \dfrac{x_{éq}}{V}$

$$\Rightarrow [RCOOH]_{éq} = C - [H_3O^+] \Rightarrow [RCOOH]_{éq} = \underline{C - 10^{-pH}}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{éq}\times[RCOO^-]_{éq}}{[RCOOH]_{éq}} = \frac{[H_3O^+]_{éq}^2}{C-[H_3O^+]_{éq}} \Rightarrow K_A = \underline{\frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

- ت.ع: $K_A = \dfrac{10^{-2\times2,5}}{0,16-10^{-2,5}} = \underline{6,38.10^{-5}}$

- استنتاج قيمة pK_A للمزدوجة $RCOOH_{(aq)} / RCOO^{-}{}_{(aq)}$:

$$pK_A = -Log(K_A) = -Log(6,38;10^{-5}) = \underline{4,2}$$

2) تصنيع إستر انطلاقا من الحمض الكربوكسيلي $RCOOH$:

1.2) تحديد الصيغة نصف المنشورة للحمض الكربوكسيلي $RCOOH$.

حسب صيغة الإستر المعطاة $C_6H_5-COO-CH_2-CH_3$، نعوض المجموعة $-CH_2-CH_3$ بذرة هيدروجين H،
ونحصل على الصيغة نصف المنشورة التالية للحمض الكربوكسيلي: $\underset{\displaystyle O}{C_6H_5-\overset{}{C}-OH}$

2.2) تحديد كمية مادة الإستر المتكوّن عند نهاية التفاعل:
- ننجز الجدول الوصفي لتفاعل الأسترة:

معادلة التفاعل	$C_6H_5COOH + C_2H_5OH \rightleftarrows C_6H_5COOC_2H_5 + H_2O$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة $(mo\ell)$			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	$1,7.10^{-2}$	$8,2.10^{-3}$
حالة التوازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$1,7.10^{-2}-x_{éq}$	$8,2.10^{-3}-x_{éq}$
عند تحول كلي	$x=x_m$	x_m	x_m	$1,7.10^{-2}-x_m$	$8,2.10^{-3}-x_m$

- حسب الجدول كمية مادة الإستر المتكوّن عند نهاية التفاعل (التوازن) هي: $n(ester)=x_{éq}$

- وكمية الحمض الكربوكسيلي المتبقية عند نهاية التفاعل (التوازن) هي: $n(acide)= n_r = 8,2.10^{-3} - x_{éq}$

- من العلاقتين نستنتج: $n(ester)= 8,2.10^{-3} - n_r$ ، أي: $n(ester)= 8,2.10^{-3} - 2,4.10^{-3} = \underline{5,8.10^{-3}\ mo\ell}$

2.3) حساب مردود هذا التفاعل:

- حسب تعريف مردود التصنيع: $r = \dfrac{n(ester)_{exp}}{n(ester)_{th}}$

- حسب النتائج والمعطيات: $n(ester)_{exp}=5,8.10^{-2}\ mo\ell$ و $n(ester)_{th} = x_m = 1,7.10^{-2} mo\ell$

- ت.ع : $r = \dfrac{5,8.10^{-3}}{8,2.10^{-3}} = 0,707 = \underline{70,7\%}$

الجزء الثاني: عمود كهربائي بالتركيز

1) استنتاج قيمة ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل، انطلاقا من النتائج التجريبية:

- معادلة التفاعل أثناء اشتغال العمود: $Cu^{2+}{}_{(aq)(1)} + Cu_{(S)(2)} \rightleftarrows Cu_{(S)(1)} + Cu^{2+}{}_{(aq)(2)}$

- تعبير ثابتة التوازن : $K = \dfrac{\left[Cu^{2+}{}_{(2)}\right]}{\left[Cu^{2+}{}_{(1)}\right]}$

- من التجربة (b)، بما أن شدة التيار منعدمة $I_2 = 0$، فتوجد المجموعة في حالة توازن كيميائي:

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

$$K=Q_{r;i}=\frac{[Cu^{2+}{}_{(2)}]_i}{[Cu^{2+}{}_{(1)}]_i}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{0,1}{0,1}=\underline{1}$$

1-2) تحديد القطب الموجب للعمود:

- نحدد أولا المنحى التلقائي لتطور المجموعة الكيميائية:

نحسب خارج التفاعل البدئي $Q_{r;i}$:
$$Q_{r;i}=\frac{[Cu^{2+}{}_{(2)}]_i}{[Cu^{2+}{}_{(1)}]_i}=\frac{C_2}{C_1}=\frac{0,1}{0,01}=\underline{10}$$

نلاحظ أن $Q_{r;i}>K$، وبالتالي تتطور المجموعة في المنحى المعاكس طبقا للمعادلة الكيميائية التالية:

$$Cu^{2+}{}_{(aq)(2)}+Cu_{(S)(1)}\rightleftarrows Cu_{(S)(2)}+Cu^{2+}{}_{(aq)(1)}$$

في الكأس (2)، وحسب المعادلة الكيميائية للتفاعل، يحدث اختزال للأيونات $Cu^{2+}{}_{(aq)(2)}$ عند الكاثود، فتكون الصفيحة (L_2) هي القطب الموجب للعمود المدروس.

2-2) * إثبات تعبير التقدم x بدلالة الزمن: نضع $V=V_1=V_2$

- ننجز الجدول الوصفي:

كمية مادة الإلكترونات المتبادلة $n(e^-)$	$Cu^{2+}{}_{(aq)(2)}+Cu_{(S)(1)}\rightleftarrows Cu_{(S)(2)}+Cu^{2+}{}_{(aq)(1)}$				معادلة التفاعل	
	كميات المادة $(mo\ell)$				التقدم x	حالة المجموعة
0	$C_2.V$	وافر	وافر	$C_1.V$	$x=0$	الحالة البدئية
$n(e^-)=2.x$	$C_2.V-x$	وافر	وافر	$C_1.V+x$	x	حالة بينية
$n(e^-)=2.x_{\grave{e}q}$	$C_2.V-x_{\grave{e}q}$	وافر	وافر	$C_1.V+x_{\grave{e}q}$	$x=x_{\acute{e}q}$	حالة التوازن

- حسب الجدول : $n(e^-)=2.x$ ، و لدينا العلاقة : $n(e^-).F=I_1.\Delta t$ ، ومنه: $x=\frac{I_1.\Delta t}{2.F}$

وبما أن: $\Delta t=t-0=t$ ، يصبح تعبير التقدم x بدلالة الزمن هو: $\underline{x=\frac{I_1}{2.F}.t}$

ت.ع :
$$\underset{(mo\ell)}{x}=\frac{140.10^{-3}}{2\times 96500}.t=\underline{7,25.10^{-7}\ .\ \underset{(s)}{t}}$$

* حساب نسبة التقدم عند اللحظة $t=30\min$:

- لنحدد التقدم الأقصى: $C_2.V-x_m=0\ \Rightarrow x_m=C_2.V=0,1\times 50.10^{-3}=\underline{5.10^{-3}\ mo\ell}$

- نسبة التقدم عند اللحظة t : $\tau(t)=\frac{x_{\grave{e}q}(t)}{x_m}=\frac{7,25.10^{-7}.t}{5.10^{-3}}=1,45.10^{-4}.t$

وعند اللحظة $t=30\min$: $\tau(30\min)=1,45.10^{-4}\times 30\times 60=0,26=\underline{26\%}$

3-2) إيجاد التركيزين عند استهلاك العمود:

- عند استهلاك العمود $Q_r=K=1$، ومنه $[Cu^{2+}{}_{(1)}]=[Cu^{2+}{}_{(2)}]$، وحسب الجدول الوصفي:

$$\frac{C_1.V+x_{\grave{e}q}}{V}=\frac{C_2.V-x_{\grave{e}q}}{V}\Leftrightarrow x_{\grave{e}q}=\frac{(C_2-C_1)}{2}.V=\frac{0,1-0,01}{2}\times 50.10^{-3}=\underline{2,25.10^{-3}\ mo\ell}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

ومنه $\left[Cu^{2+}{}_{(1)}\right]=\left[Cu^{2+}{}_{(2)}\right]=\dfrac{0{,}01\times 50.10^{-3}+2{,}25.10^{-3}}{50.10^{-3}}=\underline{5{,}5.10^{-2}\ mol.L^{-1}}$

الفيزياء

تمرين 1: التأريخ بالكربون 14

1) نواة الكربون 14 $^{14}_{6}C$ إشعاعية النشاط β^- ينتج عن تفتتها النواة $^{A}_{Z}Y$:

1.1- معادلة التحول النووي: $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e^-$

حسب قانوني صودي :

$$\begin{cases}14=A+0\\6=Z+(-1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=14\\Z=7\end{cases}\Rightarrow\ {}^{14}_{6}C\rightarrow{}^{14}_{7}Y+{}^{0}_{-1}e^-$$

فتكون النواة المتولدة، حسب الجزء من مخطط سيغري (Z,N)، هي نواة النيتروجين $^{14}_{7}N$.

1.2- معادلة تحول نواة الكربون 11 إلى نواة البور $^{A'}_{Z'}B$: $^{11}_{6}C \rightarrow {}^{A'}_{Z'}B + {}^{y}_{x}P$

- حسب الجزء من مخطط سيغري (Z,N)، فإن نواة البور $^{A'}_{Z'}B$ لها العدد الذري : $Z'=5$

- حسب قانوني صودي:

$$\begin{cases}11=A'+y\\6\ =5+x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A'=11\ (y=0)\\x=1\end{cases}\Rightarrow\ {}^{11}_{6}C\rightarrow{}^{11}_{5}B+{}^{0}_{1}e$$

2- الاعتماد على مخطط الطاقة:

1.2- أيجاد طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الكربون14:

- حسب تعريف طاقة الربط ، نجد : $E\ell(^{14}_{6}C)=13146{,}2-13047{,}1=99{,}1Mev$

- فتكون قيمة طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الكربون14: $E=\dfrac{E\ell}{A}=\dfrac{99{,}1}{14}=\underline{7{,}08\ Mev/nucléon}$

2.2- القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون14:

- حسب مخطط الطاقة:

$$\begin{aligned}\Delta E&=E\ell(^{14}_{6}C)-E\ell(^{14}_{7}N)\\&=\ 99{,}1\ -(13146{,}2-13044{,}3)\\&=-2{,}8\ Mev\end{aligned}$$

- تكون الطاقة المحررة هي: $E_{\ell iber\acute{e}e}=|\Delta E|=2{,}8\ Mev$

3- تحديد عمر خشب قديم:

1.3- حساب عدد نوى الكربون $N(C)_0$، وعدد نوى الكربون 14 $N(^{14}C)_0$ في القطعة التي أخذت من الشجرة الحية:

- كتلة الكربون الموجودة في الكتلة $m=0{,}295\ g$ من قطعة الشجرة الحية هي:

$$m(C)_0=(51{,}2\%)\times m=0{,}512\times 0{,}295=0{,}15104\ g$$

- ونعلم أن : $m(C)_0=n(C)\times M(C)=\dfrac{N(C)_0}{N_A}\times M(C)$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

ومنه عدد نوى الكربون $N(C)_0$ هو:

$$N(C)_0 = \frac{m(C)_0}{M(C)} \times N_A = \frac{0,15104}{12} \times 6,02.10^{23} = \underline{7,58.10^{21}\ noyaux}$$

- لحساب عدد نوى الكربون 14 $N(^{14}C)_0$ في القطعة الحية، نستعمل العلاقة: $\frac{N(^{14}C)_0}{N(C)_0} = 1,2.10^{-12}$ ، ومنه:

$$N(^{14}C)_0 = N(C)_0 \times 1,2.10^{-12} = 7,58.10^{21} \times 1,2.10^{-12} \approx \underline{9,1.10^{9}\ noyaux}$$

2.3- تحديد عمر قطعة الخشب القديم:

- لتكن a_0 نشاط عينة الكربون14 في القطعة الحديثة و a نشاط عينة الكربون14 في القطعة القديمة التي عمرها t:

- حسب المعطيات: $a(t) = a = \frac{1,4}{60} = 2,33.10^{-3}\ Bq$

- لنحسب قيمة النشاط a_0:

$$a_0 = \lambda.N(^{14}C)_0 = \frac{\ell n(2)}{t_{1/2}}.N(^{14}C)_0 = \frac{\ell n(2)}{5730 \times 3,15.10^{7}} \times 9,1.10^{9} = 3,49.10^{-2}\ Bq$$

- نطبق قانون التناقص الإشعاعي:

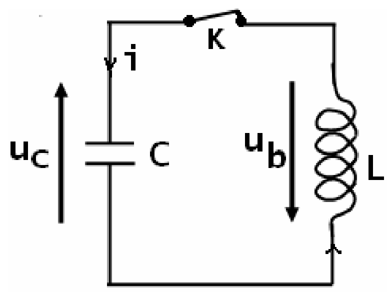
$$a = a_0 .e^{-\lambda.t} \Rightarrow e^{+\lambda.t} = \frac{a_0}{a} \Rightarrow t = \frac{\ell n(\frac{a_0}{a})}{\lambda}$$

$$\Rightarrow t = t_{1/2}.\frac{\ell n(\frac{a_0}{a})}{\ell n(2)} = 5730 \times \frac{\ell n(\frac{3,49.10^{-2}}{2,33.10^{-2}})}{\ell n(2)} = \underline{3340\ ans}$$

تمرين 2: التبادل الطاقي بين وشيعة و مكثف

1) التذبذبات الكهربائية في الحالة التي تكون فيها مقاومة الوشيعة منعدمة:

1.1- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i :



- قانون إضافية التوترات: $u_b + u_C = 0$ أو $\frac{du_b}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0\ (*)$

- في اصطلاح المستقبل :

بالنسبة للوشيعة: $(r=0)$ $u_b = L.\frac{di}{dt}$ أو $\frac{du_b}{dt} = L.\frac{d^2i}{dt^2}$

وبالنسبة للمكثف: $u_C = \frac{q}{C}$ أو $\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}.i$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

تكتب المعادلة (*) : $L.\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{1}{C}.i=0$ أو $\frac{d^2i}{dt^2}+\frac{1}{LC}.i=0$

1.1- نعتمد على الشكلين (2) و (3):

أ – * تحديد E قيمة الطاقة الكلية للدارة:

- الطاقة الكلية هي مجموع الطاقة الكهربائية Ee والطاقة المغنطيسية Em، أي: $E=Ee+Em$

- بما أن قيمة الطاقة الكلية لا تتغير، وعندما تنعدم الطاقة الكهربائية $Ee=0$، تكون الطاقة المغنطيسية Em قصوية،

وحسب الشكل(3): $E=Em(0{,}005\,s)=5{,}8.10^{-7}\ J$.

* استنتاج قيمة التوتر U_0:

عند اللحظة $t=0$: $E=Ee(0)+Em(0)\ \Rightarrow\ E=\frac{1}{2}C.U_0^2+0$

ومنه: $U_0=\sqrt{\frac{2.E}{C}}=\sqrt{\frac{2\times5{,}8.10^{-7}}{8.10^{-9}}}\approx12\ V$

ب – تحديد قيمة L :

من الشكل(2)، نعين الدور الخاص للدارة (LC) المتوالية الحرة غير المخمدة: $T_0=0{,}02\,ms$

نستعمل علاقة الدور الخاص: $T_0=2.\pi.\sqrt{LC}$

$$T_0^2=4.\pi^2.LC\Rightarrow L=\frac{T_0^2}{4.\pi^2.C}\qquad(\pi^2\approx10)$$

$$=\frac{(0{,}02.10^{-3})^2}{4\times10\times8.10^{-9}}=1{,}25.10^{-3}\ H$$

2) استجابة وشيعة ذات مقاومة مهملة لرتبة توتر:

1.2- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ المار في الوشيعة، في المجال الزمني : $[0;T/2]$

- قانون إضافية التوترات: $u_L+u_R=E\ (*)$

- في اصطلاح المستقبل : قانون أوم للموصل الأومي : $u_R=R.i$

- في اصطلاح المستقبل: التوتر بين طرفي الوشيعة: $u_L=L.\frac{di}{dt}$

- تكتب المعادلة (*) : $L.\frac{di}{dt}+R.i=E$ أو: $\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}.i=\frac{E}{L}$

2.2- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $i(t)=I_P\left[1-e^{-t/\tau}\right]$:

أ- الدالة $i=f(t)$ أسية تزايدية ، وكذلك الدالة $u_R=g(t)$ لأن $u_R(t)=R.i(t)$، ومنه:

المنحنى (2) يوافق التوتر u_R ، والمنحنى (1) يوافق التوتر u_L.

ب - من المنحنيين (1) و(2)، نجد: $I_P=\frac{u_{R\max}}{R}=\frac{E}{R}=\frac{4}{100}=0{,}04\ A$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

2.3- إثبات التعبير: $i(t_1)=I_P.e^{-2}$ مع $t_1=3T/4$

- حسب الشكل 4 ، نلاحظ أن الدور: $T=8.\tau$ ، ومنه $t_1=6.\tau$

- حسب التعبير $i(t)=A.e^{-t/\tau}$ ، فإن: $i(t_1=6.\tau)=A.e^{-6}$

- نلاحظ أن الدالة $i=f(t)$ متصلة عند اللحظة $t=T/2=4.\tau$

وبالتالي: $i(4.\tau)=I_P\left[1-e^{-4}\right]$ و $i(4.\tau)=A.e^{-4}$ ، ومنه : $A.e^{-4}=I_P\left[1-e^{-4}\right]$ أي $A=I_P\left[e^{+4}-1\right]$

وبما أن $e^{+4}\approx 54,6>>1$ فإن: $A\approx I_P.e^{+4}$

إذا: $i(t_1=6.\tau)=A.e^{-6}\approx I_P.e^{+4}.e^{-6}=\underline{I_P.e^{-2}}$

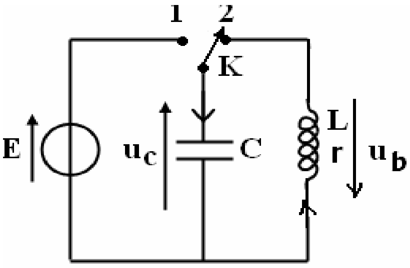
3) التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهملة:

1.3- تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة:

أ) قصوى عند اللحظة $t_1=5.10^{-3}\,ms$ ، لأن عند هذه اللحظة تنعدم الشحنة $q(t_1)=0$ (الشكل5)

د) دنيا عند اللحظة $t_2=10^{-2}\,ms$ ، لأن عند هذه اللحظة تأخذ الشحنة قيمة قصوى $q(t_2)$ (الشكل5)

2.3- إثبات المعادلة التفاضلية: $\dfrac{d^2q}{dt^2}+2\lambda.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}.q=0$



- حسب قانون إضافية التوترات: $u_b+u_c=0\ (*)$

- في اصطلاح المستقبل: $u_c=\dfrac{q}{C}$ و $u_b=r.i+L.\dfrac{di}{dt}=r.\dfrac{dq}{dt}+L\dfrac{d^2q}{dt^2}$

- تكتب المعادلة (*): $L.\dfrac{d^2q}{dt^2}+r.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{C}.q=0$

أو $\dfrac{d^2q}{dt^2}+\dfrac{r}{L}.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{LC}.q=0$ ، نضع $\lambda=\dfrac{r}{2L}$ ونعلم أن $\dfrac{1}{LC}=\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2=\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}$

فنحصل على المعادلة التفاضلية: $\dfrac{d^2q}{dt^2}+2\lambda.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}.q=0$

3.3- إيجاد الشرط الذي يجب أن تحققه r بالنسبة لـ $\dfrac{L}{C}$ لتكون $T\approx T_0$:

- $T\approx T_0\Rightarrow\dfrac{1}{T^2}\approx\dfrac{1}{T_0^2}\Rightarrow\dfrac{1}{T_0^2}-\dfrac{\lambda^2}{4\pi^2}\approx\dfrac{1}{T_0^2}$

- تتحقق هذه المتساوية لما يتحقق: $\dfrac{1}{T_0^2}>>\dfrac{\lambda^2}{4\pi^2}$ أي : $\dfrac{1}{4\pi^2LC}>>\dfrac{(r/2L)^2}{4\pi^2}=\dfrac{r^2}{16.\pi^2.L^2}$

أو: $\dfrac{4.L}{C}>>r^2$ ، و بالتالي يكون الشرط المطلوب هو: $\underline{r<<2.\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

تمرين 3:

الجزء الأول: دراسة حركة متزلج

1- يغادر المتزلج النقطة O عند اللحظة $t=0$ بسرعة بدئية متجهتها $\vec{v}_0$ تكوّن الزاوية α مع المستقيم الأفقي.

1.1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها كل من v_x و v_y إحداثيي $\vec{v}$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- المجموعة المدروسة : { المتزلج}

- يخضع المتزلج إلى وزنه فقط $\vec{P}$.

- في مرجع أرضي، نطبق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P}=m\vec{a}_G \Rightarrow m\vec{g}=m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G=\vec{g}$

* الإسقاط على المحور Ox : $a_x=0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt}=0 \quad (1)$

* الإسقاط على المحور الرأسي Oy: $a_y=-g \Rightarrow \frac{dv_y}{dt}=-g \quad (2)$

2.1- كتابة معادلة المسار في المعلم الديكارتي:

- باعتبار الشرط البدئي للسرعة $(v_x)_0=v_0.\cos(\alpha)$ و $(v_y)_0=v_0.\sin(\alpha)$، وبإنجاز تكامل للعلاقتين(1) و(2)، نتوصل إلى المعادلتين: $v_x=v_0.\cos(\alpha) \quad (1')$ و $v_y=-g.t+v_0.\sin(\alpha) \quad (2')$

- باعتبار الشرط البدئي للموضع $(x)_0=0$ و $(y)_0=0$، وبإنجاز تكامل للعلاقتين (1’) و(2’)، نتوصل إلى المعادلتين الزمنيتين: $x(t)=v_0.\cos(\alpha).t \quad (1'')$ و $y(t)=-\frac{1}{2}g.t^2+v_0.\sin(\alpha).t \quad (2'')$

- من العلاقة (1’’)، نجد $t=\frac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$ ، ونعوض هذا التعبير في المعادلة (2’’)، فنحصل على معادلة المسار:

$$y(x)=-\frac{1}{2}g.\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)}+x.\tan(\alpha)$$

2- تحديد القيمة الدنيا h_m لكي لا يسقط المتزلج في البركة:

- لتكن P موضع سقوط المتزلج ولكي لا يسقط المتزلج في البركة، ينبغي أن يتحقق الشرط: $x_P \geq AB=d \quad (1)$

- النقطة P تنتمي إلى المسار وتحقق إحداثيتها $(x_P, y_P=-H)$ العلاقة: $-H=-\frac{1}{2}g.\frac{x_P^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)}+x_P.\tan(\alpha) : (2)$

- لدينا حسب المعطيات: $v_0^2=2gh$

- تكتب العلاقة (2): $\frac{x_P^2}{4h\cos^2(\alpha)}-x_P.\tan(\alpha)+H=0$

- عند $x_P=AB=d$ فإن $h=h_m$ ، فتصبح العلاقة الأخيرة: $\frac{d^2}{4h_m\cos^2(\alpha)}-d.\tan(\alpha)+H=0$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

ونتوصل إلى النتيجة التالية:

$$h_m = \frac{d^2}{4\cos^2(\alpha)\times(d.\tan(\alpha)-H)} = \frac{10^2}{4\cos^2(30°)\times(10.\tan(30°)-0,5)} \approx \underline{6,3\,m}$$

الجزء الثاني: السقوط الرأسي لكرية فلزية

1- دراسة حركة الكرية في الهواء

1.1- تعبير R بدلالة V و g و ρ_1 و v_1 و t_1، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:.

- المجموعة المدروسة : { الكرية}

- جرد القوى الخارجية المطبقة على المجموعة أثناء حركتها: وزنها $\vec{P}$ و القوة الرأسية $\vec{R}$ (تأثير الهواء).

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المرتبط بالأرض $(O,\vec{i})$ الذي نعتبره غاليليا: $\vec{P}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{i})$ الموجه نحو الأسفل: $P-R=m.a_G=\rho_1.V.a_G$

- في المجال الزمني $[0,t_1]$، فإن سرعة الكرية دالة خطية معادلتها: $v(t)=a_G.t$ ، ومنه $a_G=\frac{v_1}{t_1}$

- نستنتج أن تعبير R هو: $$R=\underline{\rho_1.V.(g-\frac{v_1}{t_1})}$$

2.1- حساب قيمة R باستثمار المنحنى:

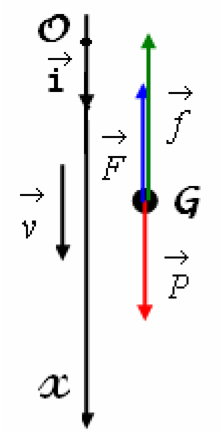
- من المنحنى نجد: $v_1=3\ m.s^{-1}$ و $t_1=0,35\ s$

- ت.ع: $$R=2,7.10^3\times4,2.10^{-6}\times(9,8-\frac{3}{0,35}) \approx \underline{1,4.10^{-2}\ N}$$

2- دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج:

2.1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v:

- المجموعة المدروسة : { الكرية}



- تخضع الكرية إلى وزنها $\vec{P}$ - تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ - تأثير قوة الاحتكاك $\vec{f}$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{i})$ الموجه نحو الأسفل:

$$P-F-f=m.a_G \Rightarrow \rho_1.V.g-\rho_2.V.g-K.v=\rho_1.V.\frac{dv}{dt}$$

إذا: $$\frac{dv}{dt}=(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}).g-\frac{K}{\rho_1.V}v\ (*)$$

2.2- باستعمال هذه المعادلة، نحسب المقدار $(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}).g$: $(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}).g=(1-\frac{1,26.10^3}{2,7.10^3})\times9,8=\underline{5,2\,m.s^{-2}}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

- باستعمال المعادلة: $\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26.v$ (*')، وفي النظام الدائم، $\frac{dv}{dt} = 0$ و $v = v_\ell$ ، ومنه: $v_\ell = \frac{5,2}{26} = 0,2\,m.s^{-1}$

- باستعمال المنحنى: في النظام الدائم، نجد: $v_\ell = 0,2\,m.s^{-1}$.

3.2- * تحديد بُعد K:

لدينا تعبير شدة قوة الاحتكاك المائع: $f = K.v$:

$$[K] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{M.L.T^{-2}}{L.T^{-1}} = \underline{M.T^{-1}}$$

* حساب قيمة K : بمطابقة المعادلتين (*) و (*')، نستنتج أن:

$$\frac{K}{\rho_1.V} = 26$$

وبالتالي:

$$K = 26.\rho_1.V = 26 \times 2,7.10^3 \times 4,2.10^{-6}$$
$$\approx \underline{0,3\ kg.s^{-1}}$$

4.2- إثبات التعبير:

$$v_{i+1} = (1 - 26.\Delta t).v_i + 5,2.\Delta t$$

- تعطي علاقة التأطير: $a_i = \frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t}$ أو $v_{i+1} = v_i + a_i.\Delta t$

- حسب المعادلة التفاضلية (1): $a_i = 5,2 - 26.v_i$

- نعوض في العلاقة الأولى: $v_{i+1} = v_i + (5,2 - 26.v_i).\Delta t$ أي $v_{i+1} = v_i + 5,2.\Delta t - 26.v_i.\Delta t$ ، ثم نتوصل إلى:

$$v_{i+1} = (1 - 26.\Delta t).v_i + 5,2.\Delta t$$

- حساب v_{i+1} :

$$v_{i+1} = (1 - 26 \times 5.10^{-3}) \times 2,38 + 5,2 \times 5.10^{-3}$$
$$= \underline{2,09\ m.s^{-1}}$$