تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

الكيمياء

الجزء الأول: <u>من التحول الكيميائي غير الكلي إلى التحول الكلي</u>

1. التتبع الزمني لتحول كيميائي:

1.1. * <u>تعريف زمن نصف التفاعل</u>: هو المدة الزمنية اللازمة لكي يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية، أي:

$$x(t_{1/2})=\frac{x_f}{2}$$

* <u>قيمته</u>: من المبيان $x(t_{1/2})=\frac{0,08}{2}=0,04mo\ell$ ، وعن طريق الاسقاط نجد $\underline{t_{1/2}\approx 15\min}$

2.1. <u>حساب قيمة السرعة الحجمية $v(0)$</u>:

* حساب حجم الخليط V_T:

$$V_T=V_A+V_B=V_A+\frac{m}{\rho(B)}=V_A+\frac{n(B)\times M(B)}{\rho(B)}$$
$$=11+\frac{0,12\times 88}{0,810}$$
$$=\underline{24mL}$$

* حساب $v(0)$:

$$v(0)=\frac{1}{V_T}.\frac{\Delta x}{\Delta t}=$$
$$=\frac{1}{24.10^{-3}}\times\frac{0,08-0}{25-0}\approx\underline{0,13mo\ell.L^{-1}.\min^{-1}}$$

2. مردود التفاعل:

1.2. * <u>كتابة معادلة تفاعل الأسترة</u>:

$$CH_3-(CH_2)_2-\underset{\substack{|\\OH}}{\overset{\substack{O\\//}}{C}} + CH_3-\underset{\substack{|\\CH_3}}{CH}-(CH_2)_2-OH \rightleftarrows CH_3-(CH_2)_2-\overset{\substack{O\\//}}{C}-O-(CH_2)_2-\overset{\substack{CH_3\\|}}{CH}-CH_3 + H_2O$$

* اسم الإستر المتكون: بوتانوات 3- مثيل البوتيل

2.2. <u>حساب كمية المادة البدئية $n_i(A)$</u>:

$$n_i(A)=\frac{m}{M(A)}=\frac{\rho(A)\times V(A)}{M(A)}$$
$$=\frac{0,956\times 11}{88}$$
$$=\underline{0,12mo\ell}$$

2.3. <u>حساب قيمة ثابتة التوازن K</u>:

$$K=\frac{[E]\times[eau]}{[A]\times[B]}=\frac{\frac{n_f(E)}{V_T}\times\frac{n_f(eau)}{V_T}}{\frac{n_f(A)}{V_T}\times\frac{n_f(B)}{V_T}}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

$$K = \frac{n_f(E)\times n_f(eau)}{n_f(A)\times n_f(B)} \quad , \quad n_f(E)=n_f(eau)=x_f$$

$$= \frac{x_f^{\,2}}{(0{,}12-x_f)^2} \quad , \quad n_f(A)=n_f(B)=0{,}12-x_f$$

$$= \frac{0{,}08^2}{(0{,}12-0{,}08)^2}$$

$$\underline{K = 4}$$

2.4. حساب التقدم النهائي τ :

- تعبير نسبة التقدم النهائي هو $\tau = \frac{x_f}{x_m}$ ، وقيمة التقدم الأقصى هي $x_m = 0{,}12 mo\ell$

- نستعمل ثابتة التوازن التي لا تتعلق بالتركيب البدئي للمجموعة الكيميائية لتحديد قيمة التقدم النهائي x'_f :

$$K = \frac{n_f(E)\times n_f(eau)}{n_f(A)\times n_f(B)}$$

$$n_f(E)=n_f(eau)=x'_f \;;\; n_f(A)=0{,}12-x'_f \;;\; n_f(B)=0.24-x'_f$$

$$4 = \frac{x'^{\,2}_f}{(0{,}12-x'_f)(0{,}24-x'_f)}$$

ومنه المعادلة من الدرجة الثانية: $3.x'^{\,2}_f - 1{,}44.x'_f + 0{,}1152 = 0$

والحل المناسب بالنسبة لـ $0 < x'_f \le 0{,}12 mo\ell$ هو $x'_f = 0{,}10 mo\ell$

- تطبيق عددي:

$$\tau = \frac{x_f}{x_m} = \frac{0{,}10}{0{,}12} = \underline{0{,}83}$$

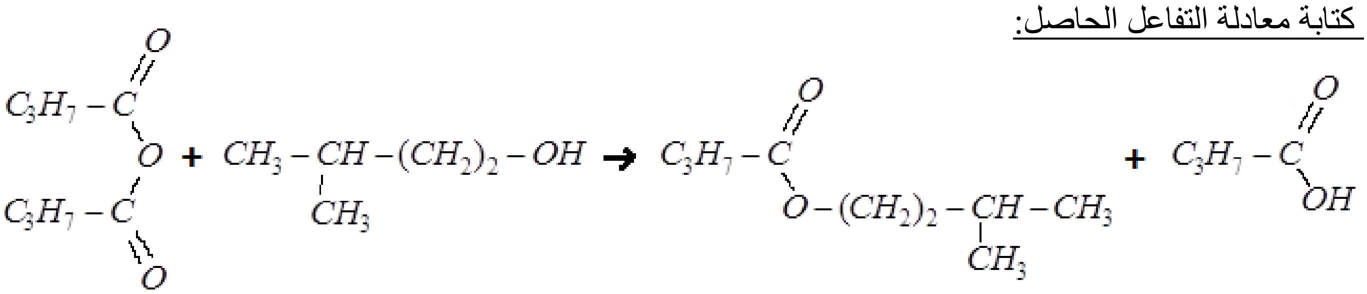
حساب مردود التفاعل:

$$r = \frac{n(E)_{\exp}}{n(E)_{thq}}$$

$$= \frac{x_f}{x_m} = \underline{83\%}$$

3. التحكم في تطور المجموعة الكيميائية:

3.1. كتابة معادلة التفاعل الحاصل:



أندريد البوتانويك — 3-ميثيل بوتان-1-أول — بوتانوات 3-ميثيل البوتيل — حمض البوتانويك

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

3.2. حساب الكتلة $m(E)$:

- كمية المادة البدئية للكحول: $n(B)=\dfrac{\rho(B).V_B}{M(B)}=\dfrac{0,810\times 13}{88}\approx 0,12mo\ell$

- كمية المادة البدئية الأندريد: $n(AN)=\dfrac{\rho(AN).V_{AN}}{M(AN)}=\dfrac{0,966\times 14}{158}\approx 0,085mo\ell$

- المتفاعل المحد هو أندريد البوتانويك ويكون التقدم الأقصى: $x_m=n(AN)=0,085mo\ell$

- بما أن التفاعل كلي، فإن: $x_f=x_m=n(E)=\dfrac{m(E)}{M(E)}$

- يكون تعبير الكتلة الناتجة هو: $\underline{m(E)=x_m.M(E)}$

- تطبيق عددي: $m(E)=0,085\times(9\times 12+18\times 1+2\times 16)\approx \underline{13,4g}$

الجزء الثاني: من التحولات التلقائية إلى التحولات القسرية

1. التحول التلقائي:

1.1. تعيين الإلكترود الذي يلعب دور الكاثود:

الصفيحة المرتبطة بالمربط المعلم بـ $\oplus$ للأمبيرمتر هي الكاثود، فتكون صفيحة النحاس.

1.2. حساب Q كمية الكهرباء:

- نستعمل العلاقة: $Q=n(e^-).F$

- تختزل أيونات $Cu^{2+}{}_{(aq)}$ حسب المعادلة الإلكترونية: $Cu^{2+}{}_{(aq)}+2.e^- \rightleftarrows Cu_{(s)}$

- كمية مادة الإلكترونات المتبادلة بين $Zn_{(s)}$ و $Cu^{2+}{}_{(aq)}$: $n(e^-)=2.x$

- تغير كمية مادة الأيونات $Cu^{2+}{}_{(aq)}$: $\Delta n(Cu^{2+})=\Delta[Cu^{2+}].V$

- بالاستعانة بالجدول الوصفي نتوصل إلى العلاقة:

$$\begin{aligned}\Delta n(Cu^{2+})&=n_f(Cu^{2+})-n_i(Cu^{2+})\\&=\left(n_i(Cu^{2+})-x\right)-n_i(Cu^{2+})\\&=-x\end{aligned}$$

- باستعمال كل العلاقات السابقة:

$$\begin{aligned}Q&=n(e^-).F\\&=2x.F\\&=2.(-\Delta n(Cu^{2+})).F\\&=\underline{-2\Delta[Cu^{2+}].V.F}\end{aligned}$$

- تطبيق عددي: $Q=-2\times\left(2,5.10^{-3}-1,0.10^{-2}\right)\times 0,15\times 96500\approx \underline{217C}$

2. التحول القسري:

2.1. تعيين الإلكترود الذي يلعب دور الكاثود:

الصفيحة المرتبطة بالقطب $\ominus$ للوحة الشمسية هي الكاثود، فتكون صفيحة الزنك.

2.2. المعادلة الحصيلة للتفاعل الكيميائي الذي يحدث:

$$Cu_{(s)}+Zn^{2+}{}_{(aq)}\rightarrow Cu^{2+}{}_{(aq)}+Zn_{(s)}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

3.2. حساب المدة الزمنية Δt :

- نستعمل العلاقة: $I.\Delta t = n(e^-).F$

- تختزل أيونات $Zn^{2+}{}_{(aq)}$ حسب المعادلة الإلكترونية: $Zn^{2+}{}_{(aq)} + 2.e^- \rightleftarrows Zn_{(s)}$

- كمية مادة الإلكترونات المتبادلة بين $Zn^{2+}{}_{(aq)}$ و $Cu_{(s)}$: $n(e^-) = 2.x$

- تغير كمية مادة الأيونات $Zn^{2+}{}_{(aq)}$: $\Delta n(Zn^{2+}) = \Delta[Zn^{2+}].V$

- بالاستعانة بالجدول الوصفي نتوصل إلى العلاقة:

$$\begin{aligned}\Delta n(Zn^{2+}) &= n_f(Zn^{2+}) - n_i(Zn^{2+}) \\ &= (n_i(Zn^{2+}) - x) - n_i(Zn^{2+}) \\ &= -x\end{aligned}$$

- باستعمال كل العلاقات السابقة:

$$\begin{aligned}I.\Delta t &= n(e^-).F \\ &= 2x\ .F \\ &= 2.(-\Delta n(Zn^{2+})).F \\ &= -2\Delta n(Zn^{2+}).F\end{aligned}$$

- نستنتج تعبير المدة الزمنية:

$$\Delta t = \frac{-2\Delta n(Zn^{2+}).F}{I}$$

- نبحث عن تغير كمية مادة أيونات الزنك خلال هذه المدة الزمنية:

* كمية المادة البدئية لأيونات الزنك المتبقية من التحول التلقائي:

$$\begin{aligned}n_i'(Zn^{2+}) &= n_i(Zn^{2+}) + x \\ &= [Zn^{2+}]_i.V - \Delta n(Cu^{2+}) \\ &= [Zn^{2+}]_i.V - \left([Cu^{2+}]_f.V - [Cu^{2+}]_i.V\right) \\ &= \left([Zn^{2+}]_i + [Cu^{2+}]_i - [Cu^{2+}]_f\right).V\end{aligned}$$

* يكون تعبير التغير هو:

$$\begin{aligned}\Delta n(Zn^{2+}) &= n_f(Zn^{2+}) - n_i'(Zn^{2+}) \\ &= [Zn^{2+}]_f.V - \left([Zn^{2+}]_i + [Cu^{2+}]_i - [Cu^{2+}]_f\right).V \\ &= \left([Zn^{2+}]_f - [Zn^{2+}]_i + [Cu^{2+}]_f - [Cu^{2+}]_i\right).V\end{aligned}$$

- يكتب التعبير النهائي للمدة الزمنية:

$$\Delta t = \frac{-2\left([Zn^{2+}]_f - [Zn^{2+}]_i + [Cu^{2+}]_f - [Cu^{2+}]_i\right).V.F}{I}$$

- تطبيق عددي:

$$\Delta t = \frac{-2\times(5.10^{-3} - 1,0.10^{-2} + 2,5.10^{-3} - 1,0.10^{-2})\times 0,15\times 96500}{15.10^{-3}}$$

$$\approx \underline{24125s} = 6h\,42\min 5s$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

الفيزياء

تمرين1: من تبدد الضوء إلى الحيود

1. تبدد الضوء:

1.1- تعبير طول الموجة:

$$n_R = \frac{\lambda_{0R}}{\lambda_R} \quad \Leftarrow \quad \lambda_R = \frac{\lambda_{0R}}{n_R}$$

1.2- حساب قيمة كل من A و B:

- بالنسبة للإشعاع الأحمر:

$$n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$$

- بالنسبة للإشعاع البنفسجي:

$$n_V = A + \frac{B}{\lambda_{0V}^2}$$

- نطرح العلاقتين:

$$n_V - n_R = \left(A + \frac{B}{\lambda_{0V}^2}\right) - \left(A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2}\right)$$

$$n_V - n_R = \frac{B}{\lambda_{0V}^2} - \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$$

$$= B\left(\frac{1}{\lambda_{0V}^2} - \frac{1}{\lambda_{0R}^2}\right)$$

$$= B\frac{\lambda_{0R}^2 - \lambda_{0V}^2}{\lambda_{0R}^2\lambda_{0V}^2}$$

- نتوصل إلى تعبير المقدار B:

$$B = (n_V - n_R)\frac{\lambda_{0R}^2\lambda_{0V}^2}{\lambda_{0R}^2 - \lambda_{0V}^2}$$

تطبيق عددي:

$$B = (1,52 - 1,51)\frac{(0,768)^2(0,434)^2}{(0,768)^2 - (0,434)^2}$$

$$B \approx 2,77.10^{-3}\,\mu m^2$$

- بالنسبة للمقدار A:

$$A = n_R - \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$$

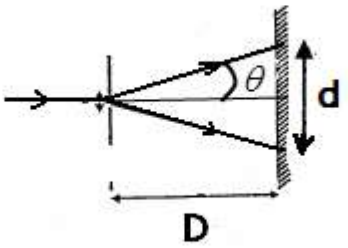
$$= 1,51 - \frac{2,77.10^{-3}}{(0,768)^2}$$

$$A \approx 1,50$$

2. حيود الضوء:

2.1- تعبير d عرض البقعة المركزية:

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية



- تعبير الفرق الزاوي θ خلال حيود الضوء بواسطة شق عرضه a هو: $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$ (1)

- اعتمادا على الشكل جانبه: $\tan(\theta) = \dfrac{d/2}{D}$ أي $\tan(\theta) = \dfrac{d}{2D}$

وبما أن الفرق الزاوي صغير، فإن: $\tan(\theta) \approx \theta$ ، وبالتالي: $\theta = \dfrac{d}{2D}$ (2)

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج: $\theta = \dfrac{\lambda}{a} = \dfrac{d}{2D}$ ، ومنه: $\underline{d = 2\lambda D \, . \, \dfrac{1}{a}}$ (1)

2.2- تحديد λ قيمة طول الموجة:

- $\theta = f(\dfrac{1}{d})$ دالة خطية، فتكتب معادلة المستقيم: $d = k.\dfrac{1}{a}$ (2)

حيث k المعامل الموجه قيمته: $k = \dfrac{\Delta d}{\Delta(1/a)} = \dfrac{4.10^{-3} - 2.10^{-3}}{2.10^{3} - 1.10^{3}} = \underline{2.10^{-6}\, m^2}$

- بمماثلة المعادلة (1) مع المعادلة (2)، نستنتج أن: $2\lambda D = k \Leftarrow \underline{\lambda = \dfrac{k}{2D}}$

- تطبيق عددي: $\lambda = \dfrac{2.10^{-6}}{2 \times 1,5} \approx \underline{0,667.10^{-6} m} = 0.667 \mu m$

تمرين2: من الطاقة الشمسية إلى الطاقة الكهربائية

1.شحن مكثف بواسطة لوحة شمسية وتفريغه:

1.1- * موافقة كل جزء من المبيان بموضع قاطع التيار:

- الجزء (a) يوافق قاطع التيار في الموضع 2
- الجزء (b) يوافق قاطع التيار في الموضع 0
- الجزء (c) يوافق قاطع التيار في الموضع 1

* استنتاج قيمة I_0 شدة التيار أثناء الشحن:

- شدة التيار الكهربائي ثابتة، نطبق العلاقة: $I_0 = \dfrac{q(t)}{\Delta t} = \dfrac{q(t)}{t} \quad (\Delta t = t - 0 = t)$

- بالنسبة للمكثف: $q = C.u_c$ ومنه $I_0 = \dfrac{C.u_c(t)}{t}$

- نتوصل إلى النتيجة: $u_c(t) = \dfrac{I_0}{C}.t$ (1)

- الدالة $u_c(t) = f(t)$ خطية معادلتها هي: $u_c(t) = k.t$ (2)

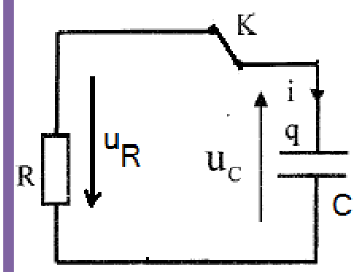
- بمطابقة العلاقتين نستنتج أن: $\dfrac{I_0}{C} = k \Leftarrow \underline{I_0 = k.C}$

- تطبيق عددي: $I_0 = \dfrac{2.25}{1,5} \times 0,1 = \underline{0,15 A}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

1.2- أ - إيجاد المعادلة التفاضلية أثناء الشحن:

شدة التيار الكهربائي ثابتة، ومنه:
$$\frac{dq(t)}{dt} = I_0$$



شكل 1

ب - إيجاد المعادلة التفاضلية لـ $q(t)$ أثناء التفريغ:

- قانون إضافية التوترات(الشكل1):
$$u_R + u_C = 0$$

- بالنسبة للمكثف في الاصطلاح مستقبل:
$$u_C = \frac{q}{C}$$

- بالنسبة للموصل في الاصطلاح مستقبل :
$$u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt}$$

- تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل: $R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$ أو:
$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{R.C} = 0$$

1.3- استنتاج تعبير شدة التيار $i(t)$:

- خلال التفريغ الذي يحدث في المجال الزمني $[3s; +\infty[$:

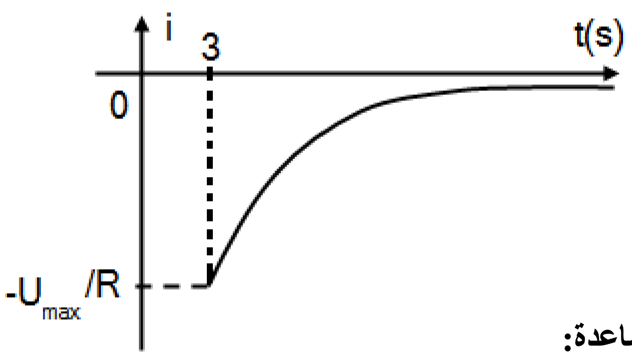
$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_c}{dt} = C.\frac{d(U_{\max} e^{-\frac{(t-3)}{\tau}})}{dt} = -\frac{C.U_{\max}}{\tau}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} =$$

$$\Rightarrow i(t) = -\frac{C.U_{\max}}{R.C}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} = -\frac{U_{\max}}{R}.e^{-\frac{(t-3)}{R.C}}$$

- تطبيق عددي:

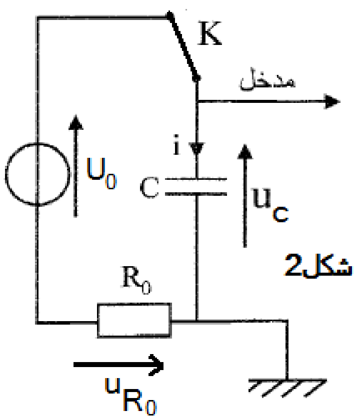
$$i(t) = -\frac{2,25}{10}.e^{-\frac{(t-3)}{0,1\times 10}} = -0,25.e^{-(t-3)}$$

- تمثيل هيئة المنحنى لـ$i(t)$:



2.شحن مكثف بواسطة رتبة توتر صاعدة:

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$ أثناء الشحن:



شكل2

- قانون إضافية التوترات(الشكل2):
$$u_R + u_C = U_0$$

- بالنسبة للمكثف في الاصطلاح مستقبل:
$$q = C.u_C$$

- بالنسبة للموصل الأومي:
$$u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.\frac{d(C.u_c)}{dt} = RC.\frac{du_c}{dt}$$

- تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل: $RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ أو:
$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = 0$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

2.2- تحديد قيمة كل من الثابتتين A و B:

- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

$$\lim_{t\to\infty} u_c(t) = \lim_{t\to\infty}(Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B) = B \quad (1)$$

- مبيانيا المقارب للمنحنى معادلته: $u_c(t) = U_0 = 2{,}25V \quad (2)$

نستنتج من (1) و (2) أن: $\underline{B = U_0 = 2{,}25V}$

- عند اللحظة $t=0$، مبيانيا فإن $u_c(0)=0$، وأن $u_c(0) = Ae^0 + B = A + B$

نستنتج أن: $\underline{A = -B = -2.25V}$

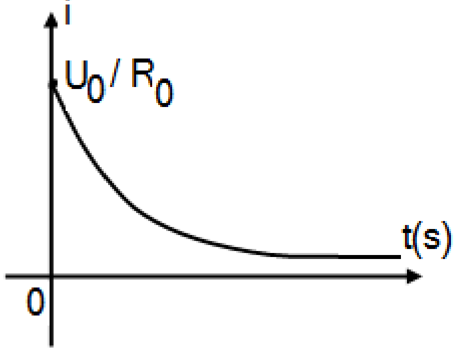
2.3- أ - إيجاد تعبير شدة التيار $i(t)$:

- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $u_c(t) = U_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

- نعلم أن: $i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_c(t)}{dt} = C.\frac{d}{dt}\left(U_0(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right) = \underline{\frac{U_0}{R_0}.e^{-\frac{t}{\tau}}}$

- تطبيق عددي: $i(t) = \frac{2{,}25}{50}.e^{-\frac{t}{50\times0{,}1}} = \underline{0{,}045.e^{-0{,}2\times t}}$

ب - تمثيل هيئة المنحنى لـ $i(t)$:



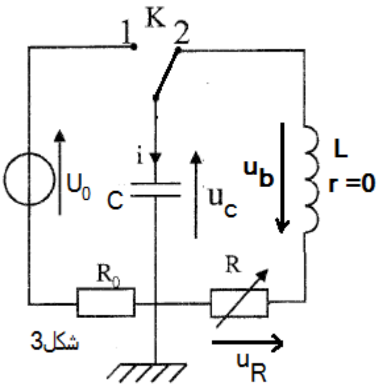
2.4- حساب قيمة المقاومة R_0:

- نحقق الشرط المطلوب حسب النص: $5R_0.C = 1{,}5s \Leftarrow 5\times\tau = 1{,}5s$

- نستنتج أن: $R_0 = \frac{1{,}5}{5C} = \frac{1{,}5}{5\times0{,}1} = \underline{3\Omega}$

3. التذبذبات في دارة RLC :

3.1- أ - إثبات المعادلة التفاضلية لـ $u_c(t)$:



- قانون إضافية التوترات(الشكل3): $u_b + u_R + u_C = 0$

- في الاصطلاح مستقبل : $u_R = R_1.i = 0 \quad (R_1 = 0)$

- في الاصطلاح مستقبل : $u_b = \underbrace{r.i}_{=0} + L\frac{di}{dt} = L.\frac{d^2q}{dt^2} = L.\frac{d^2(C.u_c)}{dt^2} = LC.\frac{d^2u_c}{dt^2}$

- تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل: $LC.\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$ أو $\underline{\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}.u_c = 0}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

ب * إيجاد تعبير الدور الخاص T_0:

- حل هذه المعادلة يكتب على الشكل التالي: $u_c(t)=U_m\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

- نقوم بالاشتقاق مرتين لـ $u_c(t)$: $\frac{d^2u_c}{dt^2}=-(\frac{2.\pi}{T_0})^2.U_0.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

- نعوض تعبير كل من $u_c(t)$ و $\frac{d^2u_c}{dt^2}$ في المعادلة التفاضلية الأخيرة:

$$-(\frac{2.\pi}{T_0})^2.U_0\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)+\frac{1}{LC}.U_0\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=0$$

$$\Rightarrow\left[-(\frac{2.\pi}{T_0})^2+\frac{1}{LC}\right].\underbrace{U_0\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)}_{\neq 0}=0$$

- نستنتج أن:

$$-(\frac{2.\pi}{T_0})^2+\frac{1}{LC}=0\Rightarrow(\frac{2.\pi}{T_0})^2=\frac{1}{LC}\Rightarrow T_0{}^2=(2.\pi)^2LC\Rightarrow T_0{}^2=(2.\pi)^2LC$$

$$\Rightarrow\ \underline{T_0=2.\pi\sqrt{LC}}$$

* تحديد قيمة T_0 معامل التحريض للوشيعة:

- مبيانيا قيمة الدور الخاص هي: $T_0=1s$

- من العلاقة السابقة: $T_0{}^2=4.\pi^2.LC\Rightarrow \underline{L=\frac{T_0{}^2}{4\pi^2C}}$

- تطبيق عددي: $L=\frac{1^2}{4\times\pi^2\times0{,}1}=\underline{0{,}25H}$

ج * حساب I_{max} الشدة القصوى للتيار:

- تعبير الطاقة الكلية E_T للدارة: $E_T=\underbrace{\frac{1}{2}C.u_c^2}_{=Ee}+\underbrace{\frac{1}{2}L.i^2}_{=Em}=Cte$

- عند اللحظات $t=k.\frac{T_0}{2}$ $(k\in N)$: $i=0$ و $u_c=U_0$، ومنه $E_T=\frac{1}{2}C.U_0^2$

- عند اللحظات $t=k.\frac{T_0}{2}+\frac{T_0}{4}$ $(k\in N)$: $i=I_{max}$ و $u_c=0$، ومنه $E_T=\frac{1}{2}L.I_{max}^2$

- من التعبيرين نستنتج أن: $E_T=\frac{1}{2}L.I_{max}^2=\frac{1}{2}C.U_0^2$

- يكون تعبير الشدة القصوى: $\underline{I_{max}=U_0\sqrt{\frac{C}{L}}}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

- تطبيق عددي: $I_{max} = 2,25 \times \sqrt{\dfrac{0,1}{0,25}} = \underline{1,42A}$

3.2- إيجاد تعبير $\dfrac{dE_T}{dt}$:

- تعبير الطاقة الكلية E_T للدارة:

$$E_T = \underbrace{\frac{1}{2}C.u_c^2}_{=Ee} + \underbrace{\frac{1}{2}L.i^2}_{=Em}$$

$$\Rightarrow E_T = \frac{1}{2}C.u_c^2 + \frac{1}{2}L.(\frac{dq}{dt})^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}C.u_c^2 + \frac{1}{2}L.(\frac{d(C.u_c)}{dt})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_T = \frac{1}{2}C.u_c^2 + \frac{1}{2}LC^2.(\frac{du_c}{dt})^2$$

- نقوم باشتقاق E_T :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}C.u_c^2 + \frac{1}{2}LC^2.(\frac{du_c}{dt})^2\right) = \frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}(u_c^2) + \frac{1}{2}LC^2.\frac{d}{dt}((\frac{du_c}{dt})^2)$$

$$\Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2}C.(2u_c.\frac{du_c}{dt}) + \frac{1}{2}LC^2.(2.\frac{du_c}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2})$$

$$\Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = \underbrace{C\frac{du_c}{dt}}_{A}.\underbrace{(u_c + LC\frac{d^2u_c}{dt^2})}_{B}$$

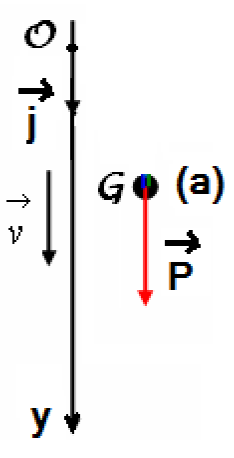
- يكتب تعبير المقدار A : $A = C.\dfrac{du_c}{dt} = \dfrac{d(Cu_c)}{dt} = \dfrac{dq}{dt} = i$

- يكتب تعبير المقدار B : $B = u_c + LC\dfrac{d^2u_c}{dt^2} = -R_2C.\dfrac{du_c}{dt} = -R_2.A = -R_2.i$

وبالتالي نحصل على العلاقة : $\underline{\dfrac{dE_T}{dt} = -R_2.i^2}$

تمرين3:

الجزء الأول: <u>من السقوط الحر إلى السقوط باحتكاك</u>



1.دراسة حركة الكرية (a) في الهواء:

1.1- <u>إثبات المعادلة التفاضلية للسرعة $v(t)$:</u>

- المجموعة المدروسة : { الكرية (a) }

- جرد القوى الخارجية المطبقة على المجموعة أثناء حركتها: وزنها $\vec{P}$ فقط

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المرتبط بالأرض $(O, \vec{j})$ الذي نعتبره غاليليا:

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G$$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي Oy الموجه نحو الأسفل:

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

المعادلة التفاضلية المطلوبة : $\dfrac{dv}{dt} = g \Leftarrow m.g = m.a_G \Leftarrow P = m.a_G$

1.2- حساب قيمة الارتفاع h:

- عن طريق التكامل نحصل على معادلة السرعة: $v = g.t \quad (v_0 = 0)$

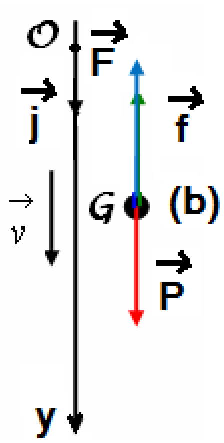
- عن طريق التكامل نحصل على المعادلة الزمنية: $y = \dfrac{1}{2} g.t^2 \quad (y_0 = 0)$

- عند الحظة $t = t_a = 0,41s$: $y = h$ ، ومنه $h = \dfrac{1}{2} g.t_a^2$

- تطبيق عددي: $h = \dfrac{1}{2} \times 9,80 \times (0,41)^2 \approx 0,82m$

2.دراسة حركة الكرية (b) في الماء:

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية للسرعة $v(t)$:



- المجموعة المدروسة : { الكرية (b) }

- جرد القوى الخارجية المطبقة على المجموعة أثناء حركتها:

* وزنها $\vec{P}$ شدته $P = mg$

* تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}_A$ شدتها $F_A = \rho.g.V$

* تأثير قوة الاحتكاك $\vec{f}$ شدتها $f = K.v^2$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب:

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m.\vec{a}_G$$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي Oy الموجه نحو الأسفل:

$$P - F_A - f = m.a_G \Rightarrow m.g - \rho.g.V - K.v^2 = m.\frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = (1 - \frac{\rho.V}{m}).g - \frac{K}{m}.v^2$$

2.1- تحديد قيمة الثابتة K مبيانيا:

- في النظام الدائم تبقى السرعة ثابتة: $v = v_{\ell im} = Cte$ و $\dfrac{dv}{dt} = 0$

- تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $0 = (1 - \dfrac{\rho.V}{m}).g - \dfrac{K}{m}.v_{\ell im}^2$

- نحصل على تعبير الثابتة: $K = \dfrac{(m - \rho.V).g}{v_{\ell im}^2}$

- تطبيق عددي: مبيانيا قياس السرعة الحدية هو: $v_{\ell im} = 0,85m.s^{-1}$

$$K = \frac{(6.10^{-3} - 10^3 \times 2,57.10^{-6}) \times 9,8}{0,85^2} = 4,65.10^{-2} kg.m^{-1}$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

2.3- * حساب القيمة النظرية $a_{th}(0)$ للتسارع البدئي:

- تكتب المعادلة التفاضلية عند اللحظة $t=0$، مع $(v_0=0)$: $a_{th}=(1-\frac{\rho.V}{m}).g$

- $a_{th}=(1-\frac{10^3\times 2,57.10^{-6}}{6.10^{-3}}).9,8=5,60\text{m.s}^{-2}$

* التحقق مع القيمة التجريبية $a_{\exp}(0)$ للتسارع البدئي:

- $a_{\exp}(0)$ يمثل المعامل الموجه للمستقيم المماس للمنحنى عند أصل التواريخ.

- نعين قيمته مبيانيا: $a_{\exp}(0)=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0,85-0}{0,15-0}\approx 5,67m.s^{-2}$

* نلاحظ أن قيمة $a_{th}(0)$ تتوافق مع قيمة $a_{\exp}(0)$: $a_{th}(0)\approx a_{\exp}(0)$

3. الفرق بين مدتي السقوط :

3.1- تعبير المدة الزمنية Δt :

- مدة سقوط الكرية (a) في الهواء:

* عند الحظة $t=t'_a$: $y=2h$ ، ومنه : $2h=\frac{1}{2}g.t'^2_a$

* حسب نتيجة السؤال(1.2) عند الحظة $t=t_a$: $y=h$ ، ومنه : $h=\frac{1}{2}g.t_a^2$

* من العلاقتين نستنتج أن: $t'^2_a=2.t_a^2$ ، وبالتالي: $t'_a=t_a.\sqrt{2}$

- مدة سقوط الكرية (b) في الهواء:

* مدة سقوط هذه الكرية خلال الارتفاع h الأول هي: $(\Delta t)_1=t_b$

* مدة سقوط هذه الكرية خلال الارتفاع h الثاني حيث الحركة منتظمة: $(\Delta t)_2=\frac{h}{v_{\ell im}}$

* من العلاقتين نستنتج مدة سقوط هذه الكرية: $t'_b=t_b.+\frac{h}{v_{\ell im}}$

- يكون الفرق بين مدتي السقوط هو: $\Delta t=t'_b-t'_a=t_b+\frac{h}{v_{\ell im}}-t_a.\sqrt{2}$

3.2- حساب المدة الزمنية Δt :

$$\Delta t=1,1+\frac{0,82}{0,85}-0,41\times\sqrt{2}\approx 1,48s$$

الجزء الثاني: من المدار الدائري المنخفض إلى المدار الدائري المرتفع

1. تحديد بُعد الثابتة G :

- حسب قانون التجاذب الكوني لنيوتن، فإن: $G.\frac{m.M}{r^2}=F$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

- نستخرج تعبير الثابتة: $G=\dfrac{F\times r^2}{m.M}$

- باستعمال معادلة الأبعاد نتوصل إلى:

$$[G]=\frac{[F]\times[r]^2}{[m].[M]}=\frac{M.L.T^{-2}\times L^2}{M^2}$$

$$\Rightarrow \underline{[G]=L^3.M^{-1}.T^{-2}}$$

2. تعبير T_1 بدلالة r_1 و T_2 و r_2:

- نطبق قانون كيبلر الثالث بالنسبة للمدار المنخفض: $T_1^2=K.r_1^3$
- نطبق قانون كيبلر الثالث بالنسبة للمدار المرتفع: $T_2^2=K.r_2^3$
- من العلاقتين نستنتج أن: $T_1^2=\dfrac{T_2^2}{r_2^3}.r_1^3$
- ونتوصل إلى التعبير المطلوب: $\underline{T_1=T_2.\sqrt{\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^3}}$
- تطبيق عددي: $T_1=24\times\sqrt{\left(\dfrac{6700}{42400}\right)^3}=\underline{1{,}51h}$

3. تعبير $\vec{a}_S$ متجهة التسارع عند الموضع E:

- يخضع القمر خلال حركته على المدار الإهليليجي إلى قوة التجاذب:

$$\vec{F}_{T/S}=-G.\frac{m.M_T}{r^2}.\vec{u} \quad \text{مع} \quad r=OE$$

- حسب القانون الثاني لنيوتن، فإن: $\vec{F}_{T/S}=-G.\dfrac{m.M_T}{OE^2}.\vec{u}=m.\vec{a}_S$
- نستنتج التعبير: $\underline{\vec{a}_S=-G.\dfrac{M_T}{OE^2}.\vec{u}}$
- حساب منظم متجهة التسارع $\vec{a}_S$:

$$\left\|\vec{a}_S\right\|=G.\frac{M_T}{OE^2}.\left\|\vec{u}\right\|$$

$$\Rightarrow\left\|\vec{a}_S\right\|=G.\frac{M_T}{OE^2}$$

- النقطة E تنتمي إلى الإهليلج، وحسب الخاصية فإن: $OE+O'E=2.a$
- هذه النقطة توجد على نفس المسافة من البؤرتين، فإن: $OE=a \Leftarrow OE+OE=2.a$
- طول المحور الكبير يحقق العلاقة: $a=\dfrac{r_1+r_2}{2}\Leftarrow 2.a=r_1+r_2$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2013 - الدورة العادية

- نستنتج تعبير المسافة $r = OE$:

$$OE = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

- يكتب تعبير منظم متجهة التسارع عند E :

$$\left\| \vec{a}_S \right\| = 4G.\frac{M_T}{(r_1 + r_2)^2}$$

- تطبيق عددي:

$$\left\| \vec{a}_S \right\| = 4 \times 6,67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{(6700.10^3 + 42200.10^3)^2} \approx \underline{0,67 m.s^{-2}}$$