

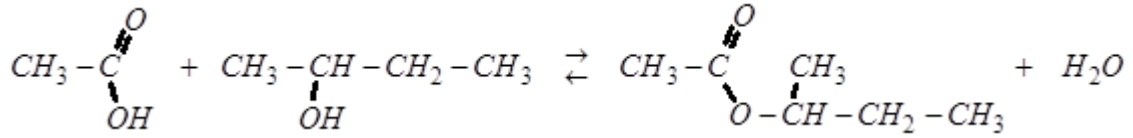
تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

الكيمياء

الجزء الأول: تفاعل الأسترة

1. تفاعل الأسترة:

1.1. * معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة:



* اسم الإستر المتكون: إيثانوات 1- ميثيل البروبيل

$$V(\text{al}) = \frac{m}{\rho} = \frac{n \times M(\text{al})}{\rho_e \times d} = \frac{0,500 \times 74,0}{1,0 \times 0,79} = 46,8 \text{ cm}^3 \quad \text{2.1. * حساب حجم الكحول:}$$

$$m(\text{ac}) = n \times M(\text{ac}) = 0,500 \times 60,0 = 30,0 \text{ g} \quad \text{* حساب كتلة الحمض:}$$

3.1. * ننشئ جدول تقدم التفاعل:

$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{CH}_3\text{CH}(\text{OH})\text{C}_2\text{H}_5 \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COOCH}(\text{CH}_3)\text{C}_2\text{H}_5 + \text{H}_2\text{O}$					معادلة التفاعل
كميات المادة (mol)				التقدم x	حالة المجموعة
0,05	0,05	0	0	x=0	الحالة البدئية
0,05-x	0,05-x	x	x	x	حالة بينية
0,05-x _{éq}	0,05-x _{éq}	x _{éq}	x _{éq}	x=x _{éq}	حالة التوازن

* تعبير كمية مادة الإستر المتكون: $n_t(\text{ester}) = x$ و $n_t(\text{ac}) = 0,05 - x$ ومنه

$$n_t(\text{ester}) = 0,05 - n_t(\text{ac}) \quad \text{وبالتالي: } n_t(\text{ac}) = 0,05 - n_t(\text{ester})$$

2. معايرة الحمض المتبقي:



$$K_A = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \times [\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \quad \text{2.2. تعبير ثابتة الحمضية:}$$

3.2. تعبير ثابتة التوازن:

$$K = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{éq}}} \times \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}$$

$$= \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}} \times \frac{1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \times [\text{HO}^-]_{\text{éq}}}$$

تصحیح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

$$K = \frac{K_A}{K_e} = \frac{10^{-pK_A}}{10^{-pK_e}} \Rightarrow K = \frac{10^{pK_e - pK_A}}{10^{-pK_e}} = 10^{(14-4,8)} = \underline{1,58 \cdot 10^9}$$

4.2. استنتاج كمية مادة الإستر المتكون:

* كمية مادة الحمض المتبقية هي : $n_t(ac) = 10 \times C_b \cdot v_b$

وكمية الإستر المتكون هي: $n_t(ester) = 0,500 - n_t(ac)$ ، أي:

$$n_t(ester) = 0,05 - 10 \times C_b \cdot v_b = 0,05 - 10 \times (1,0 \times 4,0 \cdot 10^{-3}) = \underline{1,0 \cdot 10^{-2} mol}$$

3. منحى تطور المجموعة:

1.3. حساب ثابتة التوازن: حسب المنحنى، عند التوازن نقرأ : $n_{\acute{e}q}(ester) = x_{\acute{e}q} = 0,03 mol$

$$K' = \frac{[ester]_{\acute{e}q} \times [eau]_{\acute{e}q}}{[acide]_{\acute{e}q} [alcool]_{\acute{e}q}} = \frac{x_{\acute{e}q}^2}{(0,05 - x_{\acute{e}q})^2} = \frac{0,03^2}{(0,05 - 0,03)^2} = \underline{2,25}$$

2.3. حساب كميته مادة الحمض التي يجب إضافتها:

$$n_{\text{exp}}(ester) = r \times n_{\text{max}}(ester) = 0,9 \times 0,05 = 0,045 mol$$

- حسب تعريف المردود : $r = \frac{n_{\text{exp}}(ester)}{n_{\text{max}}(ester)}$ ، ومنه

- حسب الجدول الوصفي عند التوازن:

$$n(ac) = n_i - 0,045 \quad \text{و} \quad n(al) = 0,05 - 0,045 = 0,005 mol \quad \text{و} \quad n(ester) = n(eau) = 0,045 mol$$

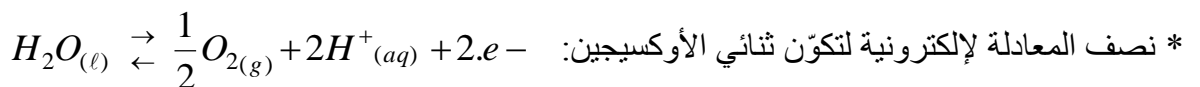
- ثابتة التوازن لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة:

$$K' = \frac{[ester]_{\acute{e}q} \times [eau]_{\acute{e}q}}{[acide]_{\acute{e}q} [alcool]_{\acute{e}q}} \Leftrightarrow 2,25 = \frac{0,045^2}{(n_i - 0,045) \times 0,005} \Leftrightarrow n_i - 0,045 = \frac{0,045^2}{2,25 \times 0,005} = 0,18$$

$$\Leftrightarrow n_i = 0,225 mol$$

فتكون كمية الحمض المضافة هي: $n_a = 0,225 - 0,05 = \underline{0,175 mol}$

الجزء الثاني: تحضير فلز الزنك بالتحليل الكهربائي



2- تعيين قطب المولد:

تتأكسد جزيئات الماء عند الأنود المرتبط بالقطب الموجب للمولد.

3- نبين أن : $I = \frac{2.F.x}{\Delta t}$

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

- كمية مادة الإلكترونات المتبادلة بين المختزل والمؤكسد عند اللحظة t هي $n(e^-) = 2.x$

- كمية الكهرباء الممنوحة للدائرة خلال المدة الزمنية Δt : $Q = I \times \Delta t = n(e^-) \times F$

$$\text{ومنه } I = \frac{n(e^-) \times F}{\Delta t} \text{ ، أي } I = \frac{2.x \times F}{\Delta t}$$

-4 حساب m كتلة الزنك المتكون خلال المدة $\Delta t = 12,0h$:

- عند اللحظة t يكون تقدم التفاعل هو $x = \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot F}$ (1)

- حسب الجدول الوصفي نتوصل إلى $n_t(Zn) = x = \frac{m}{M(Zn)}$ (2)

$$m = \frac{I \cdot \Delta t}{2 \cdot F} M(Zn)$$

$$= \frac{8,0 \cdot 10^4 \times 12,0 \times 3600}{2 \times 9,65 \cdot 10^4} \times 65,4 = \underline{1,17 \cdot 10^6 \text{ g}}$$

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن:

الفيزياء

التمرين 1: تحديد طول الموجة لشعاع ضوئي

1. تحديد طول الموجة λ لضوء أحادي اللون في الهواء:

1.1- الجواب الصحيح: يوجد شكل الحيود على الشاشة وفق المحور $y'y$.

2.1- * حسب تعبير الفرق الزاوي: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ ، فإن: $\lambda = \theta \times a$ (1)

* حسب الشكل 1، نجد: $\tan(\theta) = \frac{L/2}{D}$ أي $\tan(\theta) = \frac{L}{2D}$ ، وبما أن الفرق الزاوي صغير، فإن: $\tan(\theta) \approx \theta$

$$(2) \quad \theta = \frac{L}{2D}$$

* من العلاقتين (1) و(2) نستنتج:

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{L}{2 \cdot D} \times a \\ &= \frac{1,40 \cdot 10^{-3}}{2 \times 1,00} \times 1,00 \cdot 10^{-3} = \underline{0,70 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 0,70 \mu\text{m} \end{aligned}$$

2. تحديد طول الموجة λ لضوء أحادي اللون في الزجاج الشفاف:

1.2- نبين أن $n_2 = 1,626$

- حسب قانون ديكارت للانكسار عند نقطة الورود I : (1) $\sin(i) = n_1 \cdot \sin(r_1)$ و (2) $\sin(i) = n_2 \cdot \sin(r_2)$

- من العلاقة (1) نستنتج أن: $r_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(i)}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(60)}{1,626}\right) \approx 32,18^\circ$

- من المعطيات لدينا $r_1 - r_2 = \alpha$ ، أو $r_2 = r_1 - \alpha = 32,18 - 0,563 = 31,62^\circ$

- من العلاقة (2) نستنتج أن: $n_2 = \frac{\sin(i)}{\sin(r_2)} = \frac{\sin(60)}{\sin(31,62)} = \underline{1,652}$

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

2.2- تعبير طول الموجة λ_2 :

$$\lambda_2 = \frac{c}{v_2 \times n_2} = \frac{3.10^8}{7,5.10^{14} \times 1,626} = 2,42.10^{-7} \text{ m} \text{ ومنه } n_2 = \frac{c}{V_2} \text{ وأن } \lambda_2 = \frac{V_2}{v_2}$$

التمرين 2: التذبذبات الكهربائية

1. دراسة التذبذبات الحرة المخمدة في دائرة RLC :

1.1- المنحنى الموافق للتوتر u_L هو المنحنى (c):

- عند اللحظة $t=0$ ، $i(0)=0$ ومنه $u_R(0)=R.i(0)=0$

- حسب قانون إضافية التوترات: $u_C(t) = -u_R(t) - u_L(t)$

- عند اللحظة $t=0$ ، $u_C(0) = -u_R(0) - u_L(0)$ ومنه $u_L(0) = -u_C(0) = -6V$

2.1- أ- قيمة شدة التيار عند اللحظة $t_1 = 8,54.10^{-2} \text{ s}$:

$$\text{نلاحظ أن: } \frac{t_1}{T} = \frac{8,54.10^{-2}}{4,88.10^{-2}} = 1,75 \text{ ، أي أن } t_1 = 1,75 \times T = T + \frac{3}{4}.T$$

$$\text{حسب المنحنى (b): } i(t_1) = \frac{u_R(t_1)}{R} = \frac{0,4}{20} = 2.10^{-2} \text{ A}$$

ب- تعيين منحنى التيار:

$$\text{نلاحظ أن: } \frac{t_2}{T} = \frac{10,98.10^{-2}}{4,88.10^{-2}} = 2,25 \text{ ، أي أن } t_2 = 2,25 \times T = 2.T + \frac{1}{4}.T$$

- حسب الشكل جانبه:

* شدة التيار موجبة في المجال $[t_1 ; 2.T]$ ، فيكون منحنى التيار موافق

للمنحنى الموجب (الشكل 1)

* شدة التيار سالبة في المجال $[2.T ; t_2]$ ، فيكون منحنى التيار معاكس

للمنحنى الموجب (الشكل 1)

3.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$ للمكثف:

- حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_R + u_C = 0$ (*)

$$\text{في اصطلاح المستقبل: } u_C = \frac{q}{C} \text{ و } u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2} \text{ و } u_R = R.i = R \frac{dq}{dt}$$

$$\text{- تكتب المعادلة (*): } L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}.q = 0$$

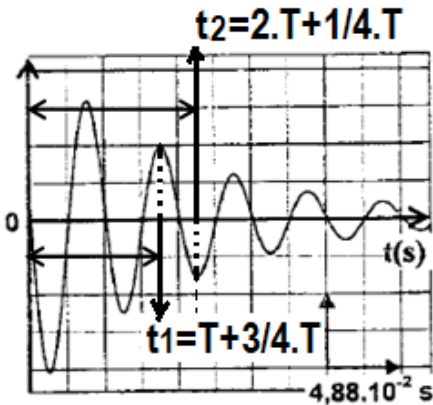
$$\text{أو } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}.q = 0$$

4.1- تحديد قيمة الثابتة A :

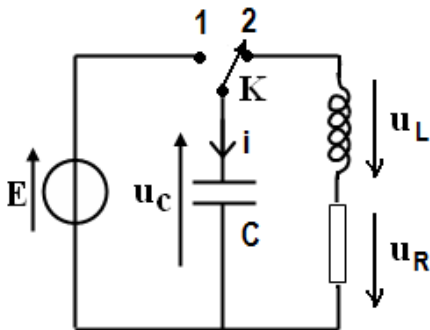
$$(1) \text{ لدينا } q(t) = A e^{-(R/2L)t} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t - 0,077\right) \text{ ومنه } q(0) = A \cos(-0,077)$$

$$(2) \text{ ولينا كذلك } q(t) = C.u_C(t) \text{ ومنه } q(0) = C.u_C(0)$$

- من العلاقتين السابقتين نستنتج أن: $A \cos(-0,077) = C.u_C(0)$ ، أي أن:



المنحنى (b)



تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

$$A = \frac{C.u_c(0)}{\cos(-0,077)} = \frac{60.10^{-6} \times 6}{0,999} \approx \underline{3,61.10^{-4} C}$$

2. الدراسة الطاقية للتذبذبات الحرة في دارة LC :

1.2- إثبات التعبير الحرفي لكل من الطاقتين الكهربائية والمغناطيسية:

$$* \text{ تعبير الطاقة الكهربائية: } Ee = \frac{1}{2.C} q^2(t) = \frac{q_m^2}{2.C} \cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}.t\right)$$

$$* \text{ تعبير الطاقة المغناطيسية: } Em = \frac{1}{2}.Li^2(t) = \frac{1}{2}.L\left[\frac{dq(t)}{dt}\right]^2 = \frac{q_m^2}{2.C} \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}.t\right)$$

2.2- انحفاظ الطاقة الكلية E_T خلال الزمن:

- نعلم أن :

$$E_T = Ee + Em$$

$$E_T = \frac{q_m^2}{2.C} \cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}.t\right) + \frac{q_m^2}{2.C} \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}.t\right)$$

$$E_T = \frac{q_m^2}{2.C} \left[\underbrace{\cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}.t\right) + \sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}.t\right)}_{=1} \right]$$

$$E_T = \frac{q_m^2}{2.C} \quad (q_m = C.E)$$

$$= \frac{1}{2}.C.E^2 = cte$$

$$= \frac{1}{2} \times 60.10^{-6} \times 6^2 = \underline{1,08.10^{-3} J}$$

3. دراسة التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية:

1.3- تحديد قيمة المقاومة R_1 :

$$\text{عند الرنين نحصل على العلاقة } U = R_1.I \text{ ومنه } R_1 = \frac{U}{I} = \frac{20}{1} = \underline{20\Omega}$$

$$2.3- \text{ حساب معامل الجودة: } Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

- $R_2 > R_1$ ، نعين قيمة التردد عند الرنين من المنحنى (b) : نجد $N_0 = 20,5 \text{ Hz}$

- من نفس المنحنى نعين عرض المنطقة الممررة: $\Delta N = 24 - 18 = 6 \text{ Hz}$

$$- \text{ نحسب قيمة معامل الجودة: } Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{20,5}{6} \approx \underline{3,4}$$

4. دارة التوافق:

تحديد القيمة C' لالتقاط محطة إذاعية تبث برامجها على تردد $F = 540 \text{ kHz}$:

$$\text{يجب أن يتحقق } F = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC'}} \text{ ومنه:}$$

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

$$C' = \frac{1}{4\pi^2 \cdot F^2 \cdot L}$$

$$= \frac{1}{4\pi^2 \times (540 \cdot 10^3)^2 \times 8,7 \cdot 10^{-2}} = 9,98 \cdot 10^{-13} F$$

التمرين 3:

الجزء الأول: دراسة حركة قمر اصطناعي

1- الهوائي المقعر واستقبال الموجات الكهرمغناطيسية:

1.1- حساب السرعة V_p للهوائي المقعر بالنسبة للمعلم المركزي الأرضي

- حركة الهوائي المقعر منتظمة ودائرية شعاعها $r = R \cdot \cos(\lambda)$.

- نطبق العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية:

$$V_p = r \cdot \omega = R \cdot \cos(\lambda) \cdot \frac{2\pi}{T}$$

$$= 6400 \cdot 10^3 \times \cos(33,5) \cdot \frac{2\pi}{(23 \times 3600 + 56 \times 60 + 4)}$$

$$= 3,89 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$$

2.1- لا يكون الهوائي المقعر في حاجة إلى نظام للتتبع حركة القمر الاصطناعي هوتبور، لأن هذا الأخير قمر ساكن بالنسبة لملاحظ يوجد على سطح الأرض.

2- دراسة حركة القمر الاصطناعي هوتبور:

1.2- إثبات تعبير السرعة V_s للقمر هوتبور على مداره:

- يخضع القمر خلال حركته إلى قوة التجاذب الكوني:

$$\vec{F}_{T/s} = -G \cdot \frac{m_s \cdot M}{(h+R)^2} \vec{u}'$$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المركزي الأرضي:

$$\vec{F}_{T/s} = m_s \cdot \vec{a} \Leftrightarrow -G \cdot \frac{m_s \cdot M}{(h+R)^2} \vec{u}' = m_s \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{a} = -G \cdot \frac{M}{(h+R)^2} \vec{u}'$$

- يدل تعبير متجهة التسارع بأنه انجذابي نحو مركز الأرض، وفي معلم فريني تكتب هذه المتجهة على الشكل:

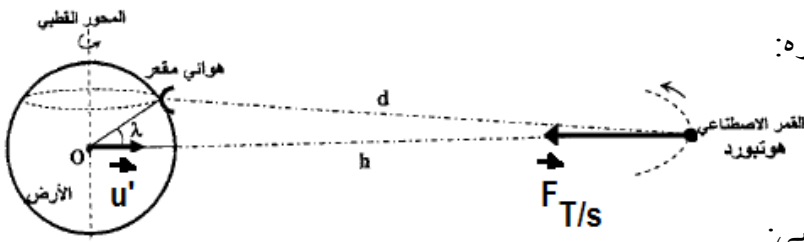
$$\vec{a} = a_T \vec{u} + a_N \vec{n} \quad \text{و} \quad \vec{a} = G \cdot \frac{M}{(h+R)^2} \vec{n} \quad \text{مع} \quad \vec{n} = -\vec{u}'$$

$$\text{نستنتج أن: } a_T = 0 \quad \text{و} \quad a_N = G \cdot \frac{M}{(h+R)^2}$$

- نعم أن إحداثتي متجهة التسارع في معلم فريني هما $a_T = \frac{dV_s}{dt}$ و $a_N = \frac{V_s^2}{(h+R)}$

- بمطابقة العلاقات نتوصل إلى: $V_s = Cte$ و $\frac{V_s^2}{(h+R)} = G \cdot \frac{M}{(h+R)^2}$

وبالتالي:

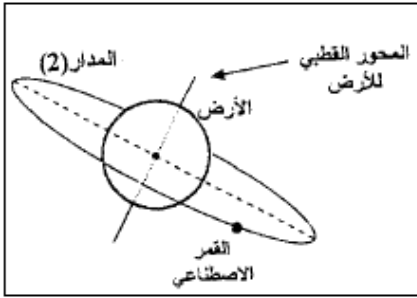


تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

$$V_s = \sqrt{\frac{G.M}{h+R}}$$

$$= \sqrt{\frac{6,67.10^{-11} \times 5,98.10^{24}}{(36000 + 6400).10^3}} = 3067 \text{ m.s}^{-1}$$

2.2- المدار الذي يوافق القمر الاصطناعي هو تيورد هو المدار (2)، لأنه هذا المدار ينتمي لمستوى خط الاستواء للأرض.



الجزء الثاني: الدراسة الطاقية لمتذبذب ميكانيكي
1- تعبير الطاقة الميكانيكية:

- الطاقة الحركية للدوران هي: $Ec = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2$

- طاقة الوضع للي هي $Ept(\theta) = 2.C.\theta^2 + Cte$ وحسب الحالة المرجعية فإن: $Ept(0) = 2.C.0^2 + Cte = 0$

ومنه $Cte = 0$ ، فيكتب تعبير هذه الطاقة على الشكل: $Ept(\theta) = 2.C.\theta^2$

- طاقة الوضع الثقالية: باعتبار محور رأسي Oz موجه نحو الأعلى، تكتب الطاقة على الشكل: $Epp(z) = m.g.(z - z_0)$

الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية المستوى الأفقي المار من النقطة O أي $z_0 = 0$ ، وبالتالي: $Epp(z) = m.g.z$

* طاقة الوضع الثقالية للجسم (S_1) : $Epp_1(\theta) = -m.g.l.\cos(\theta) \Leftarrow Epp_1(z) = m_1.g.z_A$

* طاقة الوضع الثقالية للجسم (S_2) : $Epp_2(\theta) = 2m.g.d.\cos(\theta) \Leftarrow Epp_2(z) = m_2.g.z_B$

* طاقة الوضع الثقالية للمجموعة:

$$Epp(\theta) = -m.g.l.\cos(\theta) + 2m.g.d.\cos(\theta)$$

$$Epp(\theta) = 2m.g(d - \frac{l}{2}).\cos(\theta)$$

تعبير الطاقة الميكانيكية هو:

$$Em = Ec + Ept + Epp$$

$$Em = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + 2.C.\theta^2 + 2m.g(d - \frac{l}{2}).\cos(\theta)$$

1.2- إثبات تعبير المعادلة التفاضلية:

- في حالة التذبذبات الصغيرة: $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ ، يكتب تعبير الطاقة الميكانيكية

$$Em = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + 2.C.\theta^2 + 2m.g(d - \frac{l}{2}).(1 - \frac{\theta^2}{2})$$

$$= \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \left[2.C - m.g(d - \frac{l}{2}) \right] \theta^2 + 2m.g(d - \frac{l}{2})$$

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

- بما أن الاحتكاكات مهملة فإن $\frac{dEm}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + \left[2.C - m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right] \theta^2 + 2m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J_{\Delta} \frac{d}{dt} (\dot{\theta}^2) + \left[2.C - m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right] \frac{d}{dt} (\theta^2) + \frac{d}{dt} (2m.g(d - \frac{\ell}{2})) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J_{\Delta} \frac{d}{dt} (2.\dot{\theta}.\ddot{\theta}) + \left[2.C - m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right] \frac{d}{dt} (2.\theta.\dot{\theta}) + \underbrace{\frac{d}{dt} (2m.g(d - \frac{\ell}{2}))}_{=0} = 0$$

$$\Leftrightarrow J_{\Delta} \dot{\theta}.\ddot{\theta} + \left[4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right] \theta.\dot{\theta} = 0 \quad (\dot{\theta} \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow J_{\Delta} \ddot{\theta} + \left[4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right] \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{\left[4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right]}{J_{\Delta}} \theta = 0 \quad (1)$$

2.2- التعبير الحرفي للدور الخاص

- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $\theta(t) = \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

- يكتب تعبير السرعة الزاوية: $\dot{\theta}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right) \theta_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

- يكتب تعبير التسارع الزاوي: $\ddot{\theta}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

- نعوض تعبير θ و $\ddot{\theta}$ في المعادلة (1):

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) + \frac{\left[4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right]}{J_{\Delta}} \theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\theta_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)}_{\neq 0} \left[\frac{\left[4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2}) \right]}{J_{\Delta}} - \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \right] = 0$$

تصحيح الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا علوم رياضية 2011 الدورة الاستدراكية

$$\Leftrightarrow \left[\frac{4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2})}{J_{\Delta}} \right] - \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2\pi}{T_0} \right)^2 = \frac{4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2})}{J_{\Delta}}$$

$$\Leftrightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{\Delta}}{4.C - 2m.g(d - \frac{\ell}{2})}}$$

3- لتكون حركة المتذبذب دورانية جيبية أيا كانت قيمة θ_m منتمية للمجال $0; \frac{\pi}{2}$:

$$Em = \frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + 2.C.\theta^2 + 2m.g(d - \frac{\ell}{2}).\cos(\theta) \quad - \text{ لدينا مما سبق :}$$

$$\frac{dEm}{dt} = 0 \quad - \text{ الاحتكاكات مهملة:}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} J_{\Delta} \dot{\theta}^2 + 2.C.\theta^2 + 2m.g(d - \frac{\ell}{2}).\cos(\theta) \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow J_{\Delta} \dot{\theta} \ddot{\theta} + 4.C.\theta \dot{\theta} - 2m.g(d - \frac{\ell}{2}).\sin(\theta) \dot{\theta} = 0 \quad (\dot{\theta} \neq 0) \quad -$$

$$\Leftrightarrow J_{\Delta} \ddot{\theta} + 4.C.\theta - 2m.g(d - \frac{\ell}{2}).\sin(\theta) = 0$$

$$d = d_0 = \frac{\ell}{2} \quad - \text{ ينبغي أن يكون معامل } \sin(\theta) \text{ منعدما، أي: } 2m.g(d - \frac{\ell}{2}) = 0 \text{ ، ومنه :}$$

jamil-rachid.jimdo.com