تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

الكيمياء

الجزء الأول: حمض اللاكتيك

1) دراسة معادلة تفاعل المعايرة:

1.1- معادلة التفاعل الحاصل: $AH_{(aq)} \quad + \quad HO^-{}_{(aq)} \quad \rightarrow \quad A^-{}_{(aq)} + \quad H_2O_{(\ell)}$

2.1- * إنشاء الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$AH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} \rightarrow A^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة			
الحالة البدئية	$x=0$	وفير	0	$n_i(HO^-)=C_B.V_{versé}$	$n_i(AH)=C_A.V_A$
الحالة النهائية	$x=x_{éq}$	وفير	x_f	$C_B.V_B-x_f$	$C_A.V_A-x_f$
تحول كلي	$x=x_m$	وفير	x_m	$C_B.V_B-x_m$	$C_A.V_A-x_m$

* تحديد نسبة التقدم النهائي τ:

- نحسب الجدائين: $C_A.V_A=2.10^{-2}\times 20.10^{-3}=4.10^{-4}\,mol$ و $C_B.V_B=5.10^{-2}\times 5.10^{-3}=2{,}5.10^{-4}\,mol$

نلاحظ أن: $C_B.V_B<C_A.V_A$ ، فيكون المتفاعل المحد هو أيونات HO^- ، إذا: $\underline{x_m=C_BV_B}$

- من خلال الجدول، في الحالة النهائية نجد: $n(HO^-)=C_B.V_B-x_f$ ، ومنه:

$n(HO^-)=C_B.V_B-x_f \Rightarrow \left[HO^-\right]=\dfrac{n(HO^-)}{V_A+V_B}=\dfrac{C_B.V_B-x_f}{V_A+V_B}$ ، ونعلم أن: $\left[HO^-\right]=10^{pH-14}$ ، إذا:

$$\frac{C_B.V_B-x_f}{V_A+V_B}=10^{pH-14} \Rightarrow \underline{x_f=C_B.V_B-(V_A+V_B).10^{pH-14}}$$

- نحسب نسبة التقدم:

$$\tau=\frac{x_f}{x_m}=\frac{C_B.V_B-(V_A+V_B).10^{pH-14}}{C_B.V_B} \Rightarrow \underline{\tau=1-\frac{(V_A+V_B).10^{pH-14}}{C_B.V_B}}$$

ت.ع:

$$\tau=1-\frac{(20+5).10^{(4-14)}}{5.10^{-2}\times 5}=1-10^{-8}\approx \underline{1}$$

* استنتاج: تفاعل المعايرة تفاعل كلي.

2.1- * إثبات العلاقة: $pK_A=pH+Log\left(\dfrac{C_AV_A}{C_BV_B}-1\right)$

- بالنسبة للمزدوجة قاعدة / حمض: AH/A^- ، لدينا: $pH=pK_A+Log\dfrac{\left[A^-\right]_f}{\left[AH\right]_f} \quad (*)$

- حسب جدول التقدم:

من جهة: $(\,C_B.V_B >> (V_A+V_B).10^{pH-14}\,)$ $\quad \left[A^-\right]_f=\dfrac{x_f}{V_S}=\dfrac{C_B.V_B-(V_A+V_B).10^{pH-14}}{V_S}\approx\dfrac{C_B.V_B}{V_S}$

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

ومن جهة ثانية:
$$[AH]_f=\frac{C_A.V_A-x_f}{V_S}\approx\frac{C_A.V_A-C_BV_B}{V_S}$$

تكتب العلاقة (*):
$$pK_A=pH+Log\frac{[AH]_f}{[A^-]_f}=pH+Log\frac{(C_A.V_A-C_BV_B)/V_S}{C_B.V_B/V_S}$$

وبالتالي:
$$pK_A=pH+Log\left(\frac{C_AV_A-C_BV_B}{C_BV_B}\right)=\underline{pH+Log\left(\frac{C_AV_A}{C_BV_B}-1\right)}$$

* ت.ع:
$$pK_A=4+Log\left(\frac{4.10^{-4}}{2,5.10^{-4}}-1\right)\approx\underline{3,8}$$

2) تحديد التركيز الكتلي C_m لحليب:

1.2- الأسماء الموافقة للأرقام:

(1) ⇐ **ساحة** ، (2) ⇐ **محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم** (S_B) ، (3) ⇐ **حليب** (S)

2.2- * حساب التركيز الكتلي C_m:

- عند التكافؤ نحصل على التركيز المولي C للحليب بتطبيق العلاقة: $C=\frac{C_BV_{B,E}}{V'_A}$

- ولدينا كذلك: $C_m=\frac{m}{V}=\frac{n.M}{V}=C.M$ ، ومنه: $\underline{C_m=\frac{C_BV_{B,E}}{V'_A}.M}$ $\Leftarrow$ $C_m=C.M$

- ت.ع:
$$C_m=\frac{5.10^{-2}\times10}{20}.90=\underline{2,25\ g.L^{-1}}$$

* استنتاج: $C_m=2,25\ g.L^{-1}>1,8\,g.L^{-1}$ ، الحليب المستعمل **غير طري**.

2.2- أ - الكاشف الأكثر ملائمة لإنجاز هذه المعايرة هو أحمر الفينول ، لأن منطقة انعطافه تضم $pH_E=8,0$ ، أي:
$$6,6<pH_E<8,4$$

ب - * حساب النسبة $\frac{[A-]_{éq}}{[AH]_{éq}}$ عند التكافؤ:

نطبق العلاقة : $pH=pK_A+Log\frac{[A^-]_{éq}}{[AH]_{éq}}$ ، أو $Log\frac{[A^-]_{éq}}{[AH]_{éq}}=pH-pK_A$ ، ومنه:
$$\frac{[A^-]_{éq}}{[AH]_{éq}}=10^{pH-pK_A}=10^{8-3,8}\approx\underline{1,6.10^4}$$

* استنتاج: بما أن $\frac{[A^-]_{éq}}{[AH]_{éq}}\approx1,6.10^4>>1$ ، إذا: $[A^-]_{éq}>>[AH]_{éq}$ ، النوع المهيمن هو القاعدة A^- .

الجزء الثاني: إنتاج الزنك بالتحليل الكهربائي

1- * معادلة التفاعل عند الكاثود التي يحدث عندها اختزال النوع المؤكسد Zn^{2+} :
$$Zn^{2+}{}_{(aq)}+2.e^-\rightleftarrows Zn_{(s)}\qquad\underline{(1)}$$

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

* معادلة التفاعل عند الآنود التي يحدث عندها أكسدة النوع المختزل H_2O في وسط حمضي:

$$H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows \frac{1}{2}O_{2(g)} + 2H^+{}_{(aq)} + 2.e- \quad \underline{(2)}$$

2- استنتاج المعادلة الحصيلة:

$$\underline{(1)} + \underline{(2)} \Leftarrow \quad Zn^{2+}{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows Zn_{(s)} + \frac{1}{2}O_{2(g)} + 2H^+{}_{(aq)}$$

1.3- حساب m كتلة الزنك الناتجة خلال المدة $\Delta t = 24\,h$:

معادلة التفاعل	$Zn^{2+}{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows Zn_{(s)} + (1/2)O_{2(g)} + 2H^+{}_{(aq)}$						كمية مادة الإلكترونات المتبادلة : $n(e^-)$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة					
الحالة البدئية	0	0	0	0	-	$n_i(Zn^{2+})$	0
الحالة النهائية	x_f	$2x_f$	$(1/2)x_f$	x_f	-	$n_i(Zn^{2+}) - x_f$	$2x_f$

من الجدول الوصفي، كمية مادة الإلكترونات المتبادلة بين النوع المختزل والنوع المؤكسد هي: $n(e^-) = 2x_f$

- نعلم أن كمية الكهرباء Q التي تجتاز الدارة خلال المدة الزمنية Δt هي: $Q = n(e^-) \times F = I \times \Delta t$

أي: $2x_f \times F = I \times \Delta t$ ، ومنه: $(1) \quad x_f = \dfrac{I \times \Delta t}{2.F}$

من الجدول أيضا نجد: $(2) \quad n(Zn) = x_f = \dfrac{m}{M(Zn)}$

ومن العلاقتين (1) و(2)، نستنتج:

$$m = \frac{I.\Delta t.M(Zn)}{2.F} = \frac{8.10^4 \times 24 \times 3600 \times 65}{2 \times 96500}$$

$$m = 2{,}33.10^6\, g = \underline{2{,}33\ tonnes}$$

2.3- مدة التحليل $\Delta t'$، ليصبح التركيز المولي: $\left[Zn^{2+}\right] = 0{,}7\, mo\ell.L^{-1}$

حسب الجدول الوصفي السابق، لدينا: $n_r(Zn^{2+}) = n_i(Zn^{2+}) - x$، ومنه: $x = n_i(Zn^{2+}) - n_r(Zn^{2+})$

ويكتب كذلك على الشكل: $(3) \quad x = \left(\left[Zn^{2+}\right]_i - \left[Zn^{2+}\right]_r\right)V$ ، ونعلم أن: $(1) \quad x = \dfrac{I \times \Delta t'}{2.F}$

من العلاقتين (1) و(3) نستنتج:

$$\Delta t' = \frac{2.F.\left(\left[Zn^{2+}\right]_i - \left[Zn^{2+}\right]_r\right)V}{I}$$

ت.ع:

$$\Delta t' = \frac{2 \times 96500 \times (2 - 0{,}7) \times 10^3}{8.10^4} = 3140\, s \approx \underline{52\, mn\, 20\, s}$$

الفيزياء

فيزياء 1 : التفاعلات النووية

1) الانشطار النووي:

1.1- تحديد العددين Z و x:

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

حسب قانوني صودي : $58+Z=92$ و $146+85+x=236$ ومنه : $Z=34$ و $x=5$

2.1- * حساب الطاقة E الناتجة عن انشطار نواة واحدة من الأورانيوم $^{235}_{92}U$:

$$E=\Delta m.c^2=[m(^{146}Ce)+m(^{85}Se)+5.m_n-m(^{235}U)-m_n].c^2$$
$$E=[145,8782+84,9033+4\times 1,00866-234,9934].u.c^2$$
$$E=-0,17726.u.c^2 \quad (u.c^2=931,5\,MeV)$$
$$E=-0,17726\times 931,5\ MeV \Rightarrow \underline{E=-165,12\ MeV}$$

* استنتاج الطاقة E_1 الناتجة عن انشطار $m=1g$ من الأورانيوم $^{235}_{92}U$:

- عدد نوى الأورانيوم في العينة كتلتها $m=1g$ هو:

$$N=\frac{m}{M(^{235}_{92}U)}.N_A=\frac{1}{235}\times 6,02.10^{23}=2,56.10^{21}\ (noyaux)$$

- تعبير الطاقة E_1 هو: $E_1=N.E$

ت.ع:
$$E_1=2,56.10^{21}\times(-165,12\ MeV)=-4,23.10^{23}\ MeV$$
$$=-4,23.10^{23}\times 1,6.10^{-13}\ J=\underline{-6,77.10^{10}\ J}$$

3.1- حساب المدة الزمنية $\Delta t=t-0=t$ اللازمة لتحول 99% من عينة نوى السيزيوم ^{146}Ce:

- عند اللحظة t يبقى $1\%=0,01$ من عينة نوى السيزيوم ^{146}Ce.

- نطبق قانون التناقص الإشعاعي: $N=N_0.e^{-\lambda.t}$ ، ومنه: $e^{-\lambda.t}=\frac{N}{N_0}=0,01 \Rightarrow e^{\lambda.t}=100 \Rightarrow \underline{t=\frac{Ln(100)}{\lambda}}$

ت.ع: $t=\frac{Ln(100)}{5,13.10^{-2}}=\underline{89,8\,mn}$

2) الاندماج النووي:

في إنتاج الطاقة، يعتمد الاندماج النووي عوض الانشطار النووي، للسببين التاليين:

- الطاقة المحررة خلال الاندماج النووي، أكبر من الطاقة المحررة خلال الانشطار النووي:

$$|E_2|=5,13.10^{24}\ MeV >> |E_1|=4,23.10^{23}\ MeV$$

- لا يصاحب تفاعل الاندماج النووي ظهور نوى إشعاعية النشاط التي تضر البيئة.

فيزياء 2 : تحديد المقادير المميزة لوشيعة ولمكثف

1) استجابة ثنائي قطب RL لرتبة توتر

1.1- المنحنى 2 يمثل تغيرات التوتر u، لأن $u=R.i$ (قانون أوم)، وشدة التيار $i=f(t)$ الذي يمر في الوشيعة دالة متصلة.

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u أثناء إقامة التيار:

- قانون إضافية التوترات: $u_b+u=E\ (*)$

- في اصطلاح المستقبل : قانون أوم للموصل الأومي : $u=R.i \Leftrightarrow i=\frac{u}{R}$ و للوشيعة: $u_b=r.i+L.\frac{di}{dt}$

يكتب التوتر بين طرفي الوشيعة: $u_b=r.\frac{u}{R}+L.\frac{d}{dt}(\frac{u}{R})=\frac{r}{R}.u+\frac{L}{R}.\frac{du}{dt}$

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

تكتب المعادلة (*) : $\underline{\frac{L}{R}.\frac{du}{dt}+(\frac{r}{R}+1).u=E}$ و هي المعادلة التفاضلية.

3.1- أ * إيجاد تعبير الثابتتين A و τ:

يكتب حل المعادلة السابقة على الشكل التالي: $u=A.(1-e^{-t/\tau})$ و $\frac{du}{dt}=\frac{1}{\tau}.A.e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية: $\frac{L}{R}.(\frac{1}{\tau}.A.e^{-t/\tau})+(\frac{r}{R}+1).A.(1-e^{-t/\tau})=E$

أو: $\frac{L}{R}.(\frac{1}{\tau}.A.e^{-t/\tau})-(\frac{r}{R}+1)A e^{-t/\tau}+A.(\frac{r}{R}+1)=E$ ، ومنه:

$A.e^{-t/\tau}\underbrace{(\frac{L}{\tau.R}-\frac{r+R}{R})}_{=0}+\underbrace{A.\frac{r+R}{R}-E}_{=0}=0$ ، نستنتج أن: $\underline{A=E.\frac{R}{r+R}}$ و $\underline{\tau=\frac{L}{r+R}}$

ب * تعيين قيمة كل من E و τ : مبيانيا نجد: $\underline{E=2V}$ و $\underline{\tau=2{,}2ms}$

ج * استنتاج قيمة L: $L=(r+R).\tau=(22{,}2+200)\times 2{,}2.10^{-3}\approx \underline{0{,}48\ H}$

4.1- أ * إيجاد علاقة بين المقادير $U_{b(\ell)}$ و E و r و R:

في النظام الدائم: $\frac{du}{dt}=0$ ، فتكتب المعادلة التفاضلية : $(\frac{r}{R}+1).U_{(\ell)}=E \Leftrightarrow (1)\quad U_{(\ell)}=\frac{R}{r+R}.E$

ولدينا أيضا $(2)\quad U_{b(\ell)}+U_{(\ell)}=E$ ، ومن العلاقتين (1) و(2) نستنتج: $\underline{U_{b(\ell)}=\frac{r}{r+R}.E}$

((ت.ع للتأكد من صحة النتيجة: $U_{b(\ell)}=\frac{22{,}2}{22{,}2+200}\times 2\approx\underline{0{,}2V}$ ، تطابق القيمة <u>لمقارب</u> منحنى $u_b(t)$))

ب * إثبات العلاقة: $L=\frac{R+r}{Ln(2R/R-r)}.t_1$

عند اللحظة $t_1=1{,}8.10^{-3}\ s$ تتحقق العلاقة: $u_b(t_1)=u(t_1)$ ، أي: $E-u(t_1)=u(t_1)$ أو $u(t_1)=E/2$ ، ومنه:

$$\frac{R}{R+r}.E.(1-e^{-t_1/\tau})=\frac{E}{2}\Rightarrow e^{-t_1/\tau}=\frac{R-r}{2.R}\Rightarrow -t_1/\tau=Ln(\frac{R-r}{2.R})$$

$$\Rightarrow -\frac{t_1}{L}(R+r)=Ln(\frac{R-r}{2.R})\Rightarrow\frac{t_1}{L}(R+r)=Ln(\frac{2.R}{R-r})\Rightarrow \underline{L=\frac{R+r}{Ln(\frac{2.R}{R-r})}.t_1}$$

التحقق من قيمة L: $L=\frac{200+22{,}2}{Ln(\frac{2\times 200}{200-22{,}2})}\times 1{,}8.10^{-3}\approx\underline{0{,}49\ H}$

1) التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

1.2- إيجاد قيمة السعة C للمكثف:

مبيانيا نجد $T=4ms$ ، ونعلم أن: $T=T_0=2\pi\sqrt{L.C}$ ، ومنه: $C=\frac{T^2}{4.\pi^2.L}=\frac{(4.10^{-3})^2}{4\times 10\times 0{,}49}=\underline{8{,}2.10^{-7}\ F}$

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

2.2- حساب تغير الطاقة ΔE للدارة بين اللحظتين $t_1=\frac{T}{4}$ و $t_2=\frac{5T}{4}$:

- عند اللحظتين $t_1=\frac{T}{4}$ و $t_2=\frac{5T}{4}$، تكون الدالة $u=f(t)$ قصوية، وكذلك الدالة $i=\frac{u}{R}=\frac{f(t)}{R}$ ، فتنعدم الشحنة q عند هاتين اللحظتين، وبالتالي تنعدم الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف، إذا:

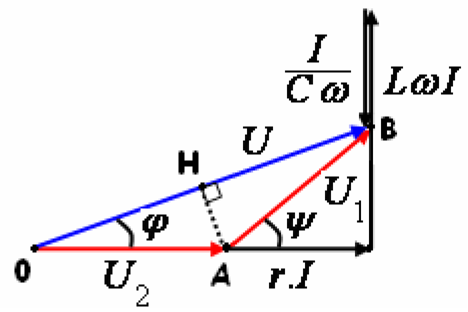
$$\Delta E=(\underbrace{\xi_e}_{=0}+\xi_m)_2-(\underbrace{\xi_e}_{=0}+\xi_m)_1=\xi_{m2}-\xi_{m1}=\frac{1}{2}.L.(I_{m2}^2-I_{m1}^2)=\frac{1}{2}L(\frac{u_{m2}^2}{R^2}-\frac{u_{m1}^2}{R^2})$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}\frac{L}{R^2}(u_{m2}^2-u_{m1}^2)=\frac{0{,}49}{2\times 20^2}\times(1{,}7^2-0{,}8^2)\approx\underline{1{,}38.10^{-3}\,J}$$

2) التذبذبات القسرية في دارة RLC متوالية

* إثبات العلاقة: $\tan(\varphi)=\pm\sqrt{\frac{R-r}{R+r}}$

- إنشاء فرينيل مع: $U_1=U_2=R.I$



- المثلث OAB متساوي الساقين: $\hat{ABH}=\hat{AOH} \Leftarrow \psi=2.\varphi$ (1)

من الشكل نجد: $\tan(\psi)=\frac{L\omega I-I/C\omega}{rI}$ و $\tan(\varphi)=\frac{L\omega I-I/C\omega}{rI+RI}$

ومن هاتين العلاقتين نستنتج أن: $r.\tan(\psi)=(r+R)\tan(\varphi)$ (2)

تعطي العلاقة رقم (1): $\tan(\psi)=\tan(2.\varphi)\Rightarrow\tan(\psi)=\frac{2\tan(\varphi)}{1-\tan^2(\varphi)}$

- نضع: $\tan(\varphi)=X$ ، نعوض (1) في (2) فنحصل على: $r\frac{2.X}{1-X^2}.=(r+R)X$ ، أو: $X^2=\frac{R-r}{R+r}$

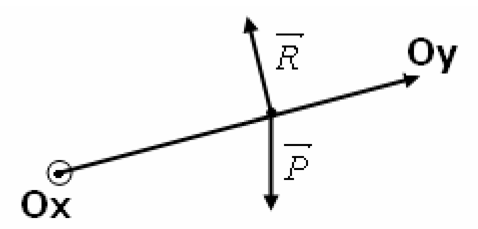
وبالتالي: $\tan(\varphi)=\pm\sqrt{\frac{R-r}{R+r}}$

* حساب الطور φ: $\tan(\varphi)=\pm\sqrt{\frac{100-22{,}2}{100+22{,}2}}=\pm 0{,}79 \Rightarrow \varphi\approx\underline{\pm 38{,}6°}$

فيزياء 3 : حركة رياضي على مستوى مائل

1) دراسة حركة مستوية على مستوى مائل

1.1- المعادلتان التفاضليتان:



- المجموعة المدروسة: الرياضي
- جرد القوى المطبقة على المجموعة :

* وزن الجسم: $\vec{P}$ * تأثير السطح المائل: $\vec{R}$

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم $\Re(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبره غاليليا: $\sum\vec{F}=m\vec{a}_G$ ، إذا: $\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}_G$

بإسقاط العلاقة المتجهية على المحور الأفقي Ox: $P_x+R_x=ma_x \Rightarrow 0+0=m.\ddot{x} \Rightarrow \underline{\frac{dv_x}{dt}=0}$

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

بإسقاط العلاقة المتجهية على المحور Oy: $P_y + R_y = ma_y \Rightarrow -mg\sin(\alpha)+0=m.\ddot{y} \Rightarrow \dfrac{dv_y}{dt}=-g\sin(\alpha)$

2.1- معادلة المسار:

- نحدد أولا معادلتي السرعة عن طريق التكامل الحسابي:

على المحور Ox: $\dfrac{dv_x}{dt}=0 \Rightarrow v_x = Cte = v_0\cos(\beta)$

على المحور Oy: $\dfrac{dv_y}{dt}=-g\sin(\alpha) \Rightarrow v_y=-g\sin(\alpha).t+v_0\sin(\beta)$

و عن طريق التكامل الحسابي مرة ثانية، نجد:

على المحور Ox: $(x_0=0)$ (1) $\dfrac{dx}{dt}=v_0\cos(\beta) \Rightarrow x=v_0\cos(\beta).t$

على المحور Oy: $(y_0=0)$ (2) $\dfrac{dy}{dt}=-g\sin(\alpha).t+v_0\sin(\beta) \Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}g\sin(\alpha).t^2+v_0\sin(\beta).t$

من العلاقة (1) نستخرج التعبير التالي: $t=\dfrac{x}{v_0\cos(\beta)}$ ، ويعوض في المعادلة (2):

$$y=-\frac{1}{2}g\sin(\alpha).\left(\frac{x}{v_0\cos(\beta)}\right)^2+v_0\sin(\beta).\left(\frac{x}{v_0\cos(\beta)}\right) \Rightarrow y=-\frac{g\sin(\alpha)}{2{v_0}^2\cos^2(\beta)}.x^2+\tan(\beta).x$$

3.1- أ * حساب قيمة السرعة v_0، حيث $G=N$ مع: $N(x_N=20m; y_N=0)$

$$y_N=-\frac{g\sin(\alpha)}{2{v_0}^2\cos^2(\beta)}.x_N^2+\tan(\beta).x_N \Rightarrow \left[-\frac{g\sin(\alpha)}{2{v_0}^2\cos^2(\beta)}.x_N+\frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}\right]x_N=0$$

$$\Rightarrow -\frac{g\sin(\alpha)}{2{v_0}^2\cos(\beta)}.x_N+\sin(\beta)=0 \Rightarrow v_0=\sqrt{\frac{gx_N\sin(\alpha)}{\sin(2\beta)}}$$

ت.ع: $v_0=\sqrt{\dfrac{9,8\times 20\times\sin(12)}{\sin(2\times 60)}}=6,86\ m.s^{-1}$

ب * تعبير x_S و y_S إحداثيتي قمة المسار S:

- عند قمة المسار تنعدم إحداثي متجهة السرعة على المحور Oy، أي: $v_y(t_s)=-g\sin(\alpha).t_s+v_0\sin(\beta)=0$

ومنه: $t_s=\dfrac{v_0\sin(\beta)}{g\sin(\alpha)}$ هي لحظة وصول مركز القصور G إلى قمة المسار S.

- نعوض تعبير $t_s=\dfrac{v_0\sin(\beta)}{g\sin(\alpha)}$ في المعادلتين الزمنيتين (1) و(2):

$$x(t_s)=v_0\cos(\beta).t_s=v_0\cos(\beta).\frac{v_0\sin(\beta)}{g\sin(\alpha)} \Rightarrow x_s=\frac{{v_0}^2\cos(\beta).\sin(\beta)}{g\sin(\alpha)}=\frac{{v_0}^2\sin(2.\beta)}{2g\sin(\alpha)}$$

$$y(t_s)=-\frac{1}{2}g\sin(\alpha).{t_s}^2+v_0\sin(\beta).t_s=\frac{-g\sin(\alpha)}{2}\left(\frac{v_0\sin(\beta)}{g\sin(\alpha)}\right)^2+v_0\sin(\beta).\left(\frac{v_0\sin(\beta)}{g\sin(\alpha)}\right)$$

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

$$\Rightarrow\ y_s=\frac{{v_0}^2\sin^2(\beta)}{2g\sin(\alpha)}$$

2) دراسة حركة تذبذبية على مستوى مائل

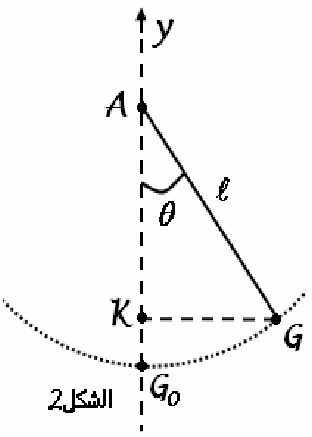
1.2- إثبات تعبير الطاقة الميكانيكية E_m للنواس:

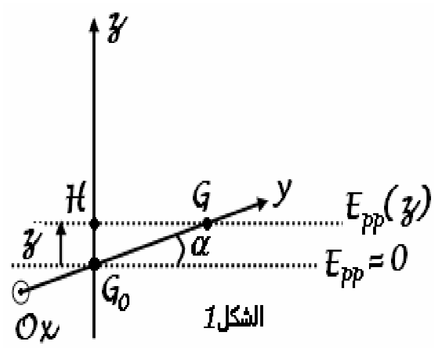
- نعلم أن الطاقة الميكانيكية تكتب على الشكل التالي: $E_m=E_c+E_{pp}$

- يعبر عن الطاقة الحركية بما يلي: $E_c=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2=\frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2$

- يعبر عن طاقة الوضع الثقالية كالتالي: $E_{pp}(z)=mgz\ +Cte$، حيث المحور G_0z رأسي أصله G_0 وموجه نحو الأعلى باعتبار الحالة الرجعية لهذه الطاقة $E_{pp}(0)=0$ أي: $Cte=0$، وبذلك تكتب الطاقة: $E_{pp}(z)=mgz$.

في الشكل1، نبحث عن تعبير الأنسوب z بدلالة المقدار y:





في المثلث قائم الزاوية G_0HG:

$$\sin(\alpha)=\frac{z}{G_0G}=\frac{z}{y}\Rightarrow z=y.\sin(\alpha)\quad(1)$$

في الشكل2، نبحث عن تعبير المقدار y بدلالة الزاوية θ:

$$y=G_0K=G_0A-KA=\ell-\ell.\cos(\theta)$$
$$\Rightarrow y=\ell.(1-\cos(\theta))\quad(2)$$

من (1) و(2) نستنتج أن: $z=\ell\sin(\alpha).(1-\cos(\theta))$

يصبح تعبير طاقة الوضع الثقالية هو:

$$E_{pp}(\theta)=mg\ell\sin(\alpha).(1-\cos(\theta))$$

وباستعمال علاقة التقريب بالنسبة للتذبذبات الصغيرة $1-\cos(\theta)\approx\frac{\theta^2}{2}$ ، تكتب طاقة الوضع الثقالية من جديد:

$$E_{pp}(\theta)=\frac{1}{2}mg\ell\sin(\alpha).\theta^2$$

أخيرا يكتب تعبير الطاقة الميكانيكية:

$$E_m=E_c+E_{pp}=\frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}mg\ell\sin(\alpha).\theta^2$$
$$\Rightarrow E_m=\frac{1}{2}m.\ell^2.\left[(\frac{d\theta}{dt})^2+\frac{g\sin(\alpha)}{\ell}.\theta^2\right]$$

2.2- استنتاج المعادلة التفاضلية التي تحققها الزاوية θ:

تنحفظ الطاقة الميكانيكية للمتذبذب الميكانيكي، لأن الاحتكاكات مهملة، ونكتب: $\frac{d}{dt}(E_m)=0$

أي:
$$\frac{d}{dt}(E_m)=\frac{1}{2}m.\ell^2.\frac{d}{dt}(\left[(\frac{d\theta}{dt})^2+\frac{g\sin(\alpha)}{\ell}.\theta^2\right])=0$$

$$\Rightarrow\frac{d}{dt}\left[(\frac{d\theta}{dt})^2\right]+\frac{g\sin(\alpha)}{\ell}.\frac{d}{dt}\left[\theta^2\right]=0\Rightarrow 2\frac{d\theta}{dt}.\frac{d^2\theta}{dt^2}+2\frac{g\sin(\alpha)}{\ell}\theta\frac{d\theta}{dt}=0$$

تصحيح الإمتحان الوطني الموحد 2009 علوم رياضية الدورة الإستدراكية

نختزل بـ $2\frac{d\theta}{dt}$، ونحصل على المعادلة التفاضلية التالية: $\underline{(*)}$ $\quad \frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g\sin(\alpha)}{\ell}\theta=0$

3.2- تحديد تعبير الدور الخاص T_0:

- حل هذه المعادلة هو : $\theta=\theta_m\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$، و المشتقة الأولى هي: $\frac{d\theta}{dt}=-\frac{2.\pi}{T_0}\theta_m\sin(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$

والمشتقة الثانية هي: $\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right)^2\underbrace{\theta_m\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)}_{=\theta}$ وتكافؤ الكتابة : $\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right)^2.\theta$

فنحصل على المعادلة التالية: $\underline{(*')}$ $\quad \frac{d^2\theta}{dt^2}+\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right)^2.\theta=0$

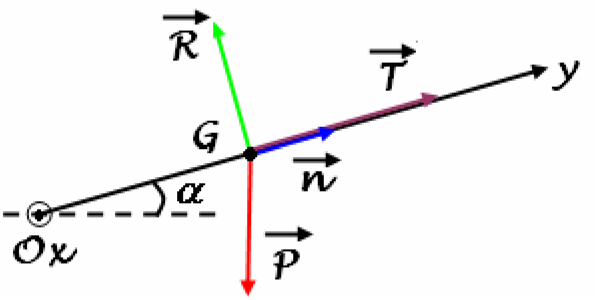
وبمطابقة المعادلتين $\underline{(*)}$ و$\underline{(*')}$ نستنتج العلاقة: $\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right)^2=\frac{g\sin(\alpha)}{\ell}$ ، ومنه: $\underline{T_0=2.\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\sin(\alpha)}}}$

ت.ع: $T_0=2.\pi\sqrt{\frac{12}{9,8\times\sin(12)}}\approx\underline{15,2\,s}$

4.2- حساب شدة القوة $\vec{T}$ المطبقة من طرف الحبل عند مرور G من موضع الاستقرار G_0:

- المجموعة المدروسة : { الرياضي}

- تخضع المجموعة إلى التأثيرات التالية:



وزنها $\vec{P}$ - تأثير الحبل $\vec{T}$ - تأثير السطح المائل $\vec{R}$

* تطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع أرضي:

$$\sum\vec{F}=m.\vec{a}_G \quad\Rightarrow\quad \vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m.\vec{a}_G \quad (*)$$

* إسقاط العلاقة المتجهية (*) على المحور المائل الموجه بالمتجهة $\vec{n}$

لمعلم فريني $(G,\vec{u},\vec{n})$: $\quad P_n+T_n+R_n=m.a_n$

أو: $-mg\sin(\alpha)+T+0=m.\ell.(\frac{d\theta}{dt})^2$ ، ومنه: $T=m.\ell.(\frac{d\theta}{dt})^2+mg\sin(\alpha)$

نحدد السرعة الزاوية $\frac{d\theta}{dt}$ عند المرور من موضع الاستقرار:

لدينا : $\theta=\theta_m\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=0$، وبالتالي: $\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=0$ ومنه: $\sin(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=\pm1$

و المشتقة الأولى: $\frac{d\theta}{dt}=-\frac{2.\pi}{T_0}\theta_m\sin(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)=\pm\frac{2.\pi}{T_0}\theta_m$ ، إذا: $(\frac{d\theta}{dt})^2=(\frac{2.\pi}{T_0})^2\theta_m^2=\frac{g\sin(\alpha)}{\ell}.\theta_m^2$

ويصبح تعبير شدة توتر الحبل هو: $\underline{T=mg\sin(\alpha).\left[1+\theta_m^2\right]}$

ت.ع: $T=60\times9,8\times\sin(12).\left[1+(\frac{\pi}{15})^2\right]\approx\underline{127,6\,N}$